三次元有限差分法による微動アレイ探査の地盤調査への適用性に関する研究
―微動の震源特性が分散曲線推定に及ぼす影響の検討―

名古屋大学大学院 環境学研究科 都市環境学専攻　石川舞花

1. はじめに

地盤調査の方法の一つに微動アレイ探査がある．これは交通振動や波浪などによって発生する微動を利用して地下構造を推定する手法である．微動は常に存在するため，人工的な震源を必要とせず，簡便な手法であるといえる．S 波速度構造を推定できる点も他の手法にはない特徴である．しかし，問題点として微動源がはっきりしないことが挙げられる．微動源は様々であり，その特性の違いによる分散曲線推定への影響が考えられる．本研究では，微動アレイ探査による分散曲線推定結果への微動の震源特性の影響を検討することを目的とし，特に微動の震源距離に着目した．震源距離による分散曲線推定への実体波の影響の有無と特徴を明らかにするため，単一の震源と多数の微動源について，震源距離による振幅の変化から表面波が支配的となる距離を推定し，これより近い距離での実体波の分散曲線推定への影響を理論位相速度との比較により検討した．

2. 三次元有限差分法による常時微動作成手法

本研究では，今後不整形地盤を扱っていくことを考慮して，三次元有限差分法により計算したグリーン関数を用いて検討した．平井・福和 (2013) [1] での地震動の計算方法と同様に，グリーン関数の相反性を利用して観測点と加振点を入れ替えることで有限差分法での計算回数を減らしている．次式に相反性を利用した常時微動の計算式を示す．

$$W_i(\boldsymbol{x},\omega)=\sum_{j=1}^{3}\sum_{n=1}^{N}\tilde{G}_{ji}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{x},\omega)Q_j(\omega)e^{i\varphi_j(\boldsymbol{\xi}_n,\omega)} \qquad (1)$$

$W_i(\boldsymbol{x},\omega)$ は常時微動の i 方向成分のフーリエ変換，$\tilde{G}_{ji}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{x},\omega)$は位置$\boldsymbol{x}$で$i$方向にインパルス力が作用したときに位置$\boldsymbol{\xi}_n$で観測される変位の$j$方向を表すグリーン関数のフーリエ変換，$Q_j(\omega)$ は微動源の振幅スペクトル，$\varphi_j(\boldsymbol{\xi}_n,\omega)$は微動源の位相スペクトル，$N$は微動源数である．$Q_j(\omega)$はすべての微動源で同じと考える．

3. 位相速度推定方法

3-1. SPAC 法

本研究では SPAC 法による位相速度の推定結果について考察する．SPAC 法は Aki (1957) [2] で定義されており，次式に SPAC 係数$\rho_{\mathrm{SPAC}}(\omega)$の計算式を示す．

$$\rho_{\mathrm{SPAC}}(\omega)=\frac{\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}C(\boldsymbol{0},\boldsymbol{x}_l,\omega)}{C(\boldsymbol{0},\boldsymbol{0},\omega)}=J_0(\kappa(\omega)r) \qquad (2)$$

SPAC 法では観測点を円の中心と円周上に配置する．Lは円周上の観測点数である．$\kappa(\omega)$は波数，rは円の半径である．式(2) より求めた SPAC 係数に等しくなる第一種 0 次ベッセル関数$J_0(\kappa(\omega)r)$を与える$\kappa(\omega)$を非線形最小二乗法の Marquardt 法により求めた．この際，横井・マルガリャン (2008) [3] に倣い，SPAC 係数が 0.8 から 0.2 に相当する振動数範囲でベッセル関数と適合させた．求めた$\kappa(\omega)$より位相速度$c(f)=2\pi f/\kappa(\omega)$を求めた．

3-2. グリーン関数に基づく SPAC 係数

式(1)を用いて 2 地点$\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2$間のクロススペクトル$C(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\omega)$を表すと，

$$\begin{aligned}C(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\omega)&=\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{3}Q_j(\omega)Q_i(\omega)\sum_{n=1}^{N}\sum_{s=1}^{N}\tilde{G}^*_{jz}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{x}_1,\omega)\tilde{G}_{iz}(\boldsymbol{\xi}_s,\boldsymbol{x}_2,\omega)\\&\quad\lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}e^{i\{\varphi_{im}(\xi_s,\omega)-\varphi_{jm}(\xi_n,\omega)\}}\end{aligned} \qquad (3)$$

となる．微動源は地点間・成分間で無相関であり，x,y,z成分の振幅スペクトルは同じ$Q(\omega)$で大きさをa_1,a_2,a_3とすると次式の通りとなる．

$$C(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\omega)=Q(\omega)^2\sum_{j=1}^{3}a_j^2\sum_{n=1}^{N}\tilde{G}^*_{jz}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{x}_1,\omega)\tilde{G}_{jz}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{x}_2,\omega) \qquad (4)$$

これを，式(2) に代入すると，SPAC 係数$\rho_{\mathrm{SPAC}}(\omega)$は次式で求められる．

$$\rho_{\mathrm{SPAC}}(\omega)=\frac{\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\sum_{j=1}^{3}a_j^2\sum_{n=1}^{N}\tilde{G}^*_{jz}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{0},\omega)\tilde{G}_{jz}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{x}_l,\omega)}{\sum_{j=1}^{3}a_j^2\sum_{n=1}^{N}\tilde{G}^*_{jz}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{0},\omega)\tilde{G}_{jz}(\boldsymbol{\xi}_n,\boldsymbol{0},\omega)} \qquad (5)$$

3-3. 2 点間の位相差による位相速度推定

加振点を$\boldsymbol{\xi}$とし，距離r離れた 2 地点$\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2$のグリーン関数のフーリエ変換を$\tilde{G}_{ij}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{\xi},f)$，$\tilde{G}_{ij}(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{\xi},f)$とする．$\tilde{G}_{ij}(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{\xi},f)/\tilde{G}_{ij}(\boldsymbol{x}_2,\boldsymbol{\xi},f)$の偏角$\varphi(f)$から，次式より位相速度$c(f)$を推定できる．

$$c(f)=\frac{2\pi f}{\varphi(f)}r \qquad (6)$$

4. 三次元有限差分法によるグリーン関数の作成

地盤モデルは一様地盤と二層地盤を用い，二層地盤の基盤深さを 410 m とした．表 1 に各層の物性値，図 1 に一様地盤モデル，図 2 に二層地盤モデルを示す．一様地盤は二層地盤の 2 層目の物性値を用いた．地盤モデルの格子サイズ等は表 2，有限差分法での計算条件は表 3 に示す．加振力は図 3 に示す遮断振動数 2 Hz の 6 次バターワース型ローパスフィルターのインパルス応答関数とした．

表 1　地盤モデルの物性値

層数 番号	V_S / m s^{-1}	V_P / m s^{-1}	密度 / kg m^{-3}	基準Q値 (1 Hz)
1	1000	2200	2000	500
2 (1)	3000	5500	2600	1500

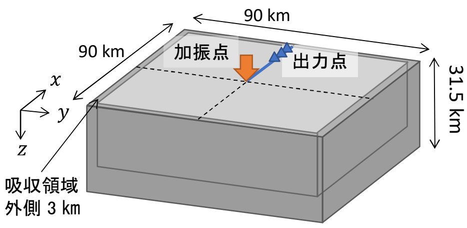

図 1　一様地盤モデル

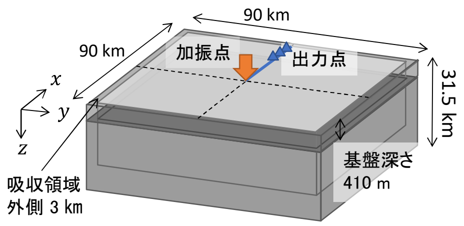

図 2　二層地盤モデル

表 2　地盤モデル

		深さ 3 km 未満	深さ 3 km 以上
格子サイズ		50 m	150 m
格子数	x, y方向	1800	600
	z方向	60	190
Cerjan et al.[4] による エネルギー吸収領域		外側 60 格子	外側 20 格子

表 3　有限差分法の計算条件

時刻ステップ間隔	0.004 s
時刻ステップ数	40000
差分近似	4 次差分

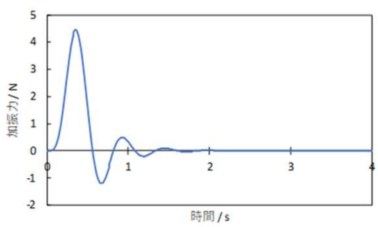

図 3　加振力の関数形

5. 単一の震源による波動場

グリーン関数において表面波が支配的となる距離を振幅の変化により推定し，これより近い距離での分散曲線推定への実体波の影響を検討するため，距離 50 m の 2 点間の位相差より位相速度を推定し，理論位相速度と比較した．振幅と位相速度は速度グリーン関数のz成分より求めた．加振点をモデル中心点とし，出力点を加振点からx軸方向に 50 m, 100 m, 150 m, 200 m, 250 m, 300 m, 400 m, 500 m, 600 m, 800 m, 1 km, 1.2 km, 1.5 km, 2 km, 2.5 km, 3 km, 4 km, 5 km, 6 km, 8 km, 10 km, 12 km, 16 km, 20 km, 24 km, 32 km, 40 km の地点と，位相速度を計算するためx軸方向にそれぞれ+ 50 m の地点とした．

5-1. 一様地盤

図 4 にグリーン関数の振幅の変化を示す．横軸は加振点からの距離を基本モードの理論位相速度から求めた波長で基準化した値とした．緑破線は加振点からの距離 50 m で表面波の振幅が 1 のときに理論的に減衰する振幅を表し，赤破線はこの実体波の場合である．グリーン関数の振幅の変化が緑破線の傾きに近いとき表面波が支配的と考えられる．2 波長程度で振幅の変化がどの振動数でも緑破線の傾きに近くなり，加振点からの距離は 1.6 Hz で 4 km, 1.2 Hz で 5 km, 1.0 Hz で 6 km, 0.8 Hz で 8 km, 0.6 Hz で 10 km, 0.4 Hz で 16 km, 0.2 Hz で 24 km 以降である．

図 5 に 2 点間の位相差から求めた位相速度を示す．黒実線は理論位相速度である．振幅の変化から実体波の影響があると考えられる範囲を網掛けで示す．網掛けの範囲は，推定した位相速度が理論位相速度より遅いまたは速い速度となっており，加振点からの距離が近いほど差が大きい．表面波が支配的と判断した網掛けのない範囲で，推定した位相速度が理論位相速度と対応することが確認できた．

5-2. 二層地盤

図 6 にグリーン関数の振幅の変化を示す．横軸は加振点からの距離である．振幅の変化が緑破線の傾きに近くなる加振点からの距離は, 1.6 Hz で 200 m ~ 16 km, 1.2 Hz で 800 m ~ 10 km, 1.0 Hz で 800 m ~ 5 km, 0.8 Hz で 2 km 以降, 0.6 Hz, 0.55 Hz で 20 km 以降, 0.4 Hz, 0.2 Hz で 12 km 以降である．1.6 Hz の 16 km 以降, 1.2 Hz の 10 km 以降は振幅が減衰している．1.0 Hz は 5 km から振幅が大きく減少し始め，24 km で最も振幅が小さくなり，その後元の振幅程度に戻る．0.6 Hz, 0.55 Hz でも 5 km, 16 km で振幅が落ち込んでいる．1.0 Hz は振幅が減少し始めるまでは緑破線と同じ傾きであり，検討に用いた二層地盤モデルのエアリー相は 1.1 Hz 程度であるので，振幅が減少するのはエアリー相の影響と考えられる．また，検討に用いている二層地盤モデルの卓越振動数は 0.6 Hz と推定される．時松・田村 (1995) [5] は，同様の二層地盤モデルにおいて，卓越振動数付近は実体波とレイリー波の距離減衰が同程度であり，実体波が基本モードのレイリー波の波長で基準化した無次元距離 100 におい

ても卓越していることを示している. 0.6 Hz, 0.55 Hz は加振点からの距離 40 km でも無次元距離 100 にはならないので, 出力範囲内では実体波が支配的と考えられる. よって, 0.55 Hz, 0.6 Hz は実体波の影響で距離 5 km, 16 km で振幅が落ち込むと考えられる.

図 7 に 2 点間の位相差から求めた位相速度を示す. 赤枠はエアリー相の影響で振幅が減少すると考えられる範囲, 灰色実線は 1 次モードの理論位相速度, 灰色破線は基本モードから 5 次モードまで重合した理論位相速度, 黒点線は基本モードの理論群速度である. 網掛けのある範囲で理論位相速度よりも推定した位相速度が速いまたは遅い速度となっている. 網掛けのない範囲では距離 24000 ~ 24050 m の赤枠内以外は理論位相速度と推定した位相速度が対応している.

6. 多数の微動源による波動場

多数の微動源による微動の振幅の変化について検討した. 図 8 に微動源配置を示す. モデル中心点の微動観測点を中心とした円形に配置し, 面積あたりの微動源数がおおよそ 118 点/km^2 となるようにした. その半径は 1 km, 1.2 km, 1.5 km, 2 km, 2.5 km, 3 km, 4 km, 5 km, 6 km, 8 km, 10 km, 12 km, 16 km, 20 km, 24 km, 32 km, 40 km とし, それぞれ+ 50 m までの範囲に微動源を配置している. 図 9 にフーリエ振幅の微動源の距離による変化を示す. フーリエ振幅は式(4) より求めたパワスペクトルの平方根として求め, 振幅スペクトル$Q(\omega)$は 0 ~ 10 Hz を z 成分は 1, x, y 成分は 0.5 とし, 10 Hz 以上を 0 とした. 一様地盤と二層地盤のどちらも 5 節とほぼ同じ距離で表面波の理論的な振幅を表す緑破線の傾きに近くなっている. 二層地盤について, 5 節でみられた卓越振動数付近の 0.55 Hz, 0.6 Hz の振幅の落ち込みは小さくなったが, エアリー相付近の 1.0 Hz はより大きく振幅が減少している.

二層地盤について, 図 8 と同様の微動源配置を用いて位相速度を算出した. 半径が 1 km, 5 km, 10 km, 24 km の微動源配置を用いた. SPAC 係数は式(5) により算出し, x, y, z成分の振幅スペクトルの大きさはそれぞれ 0.5, 0.5, 1 とした. 図 10 に観測点配置を示す. 半径 400 m と 800 m とし, 円周上にそれぞれ 4 点配置した. 算出した位相速度を図 11 に示す. 図 9 より表面波が支配的となっていないと考えられる振動数の多い微動源の距離 1 km の位相速度は, 1 Hz より高振動数で理論位相速度と

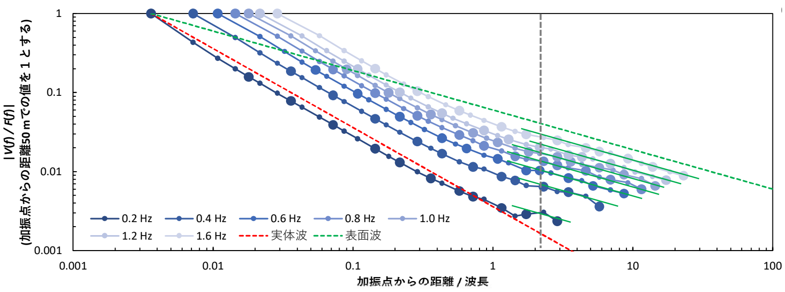

図 4　グリーン関数の振幅 (一様地盤)

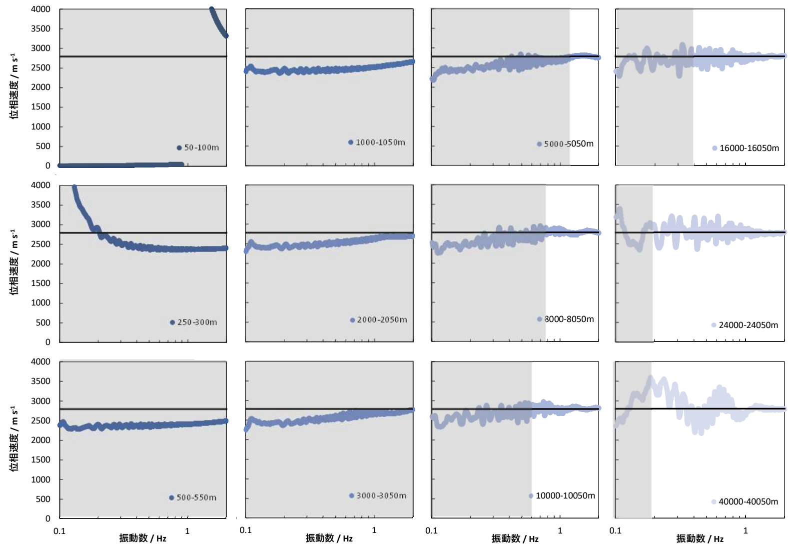

図 5　2 点間の位相差から求めた位相速度 (一様地盤)

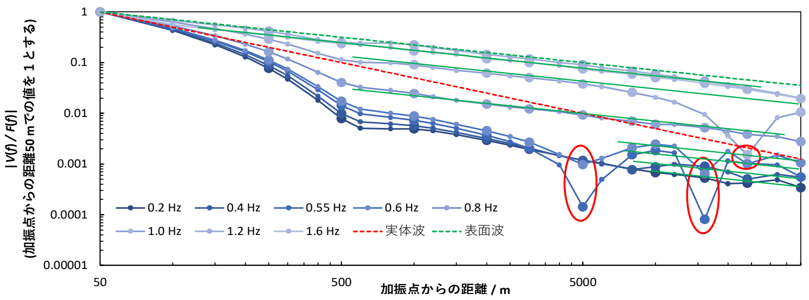

図 6　グリーン関数の振幅 (二層地盤)

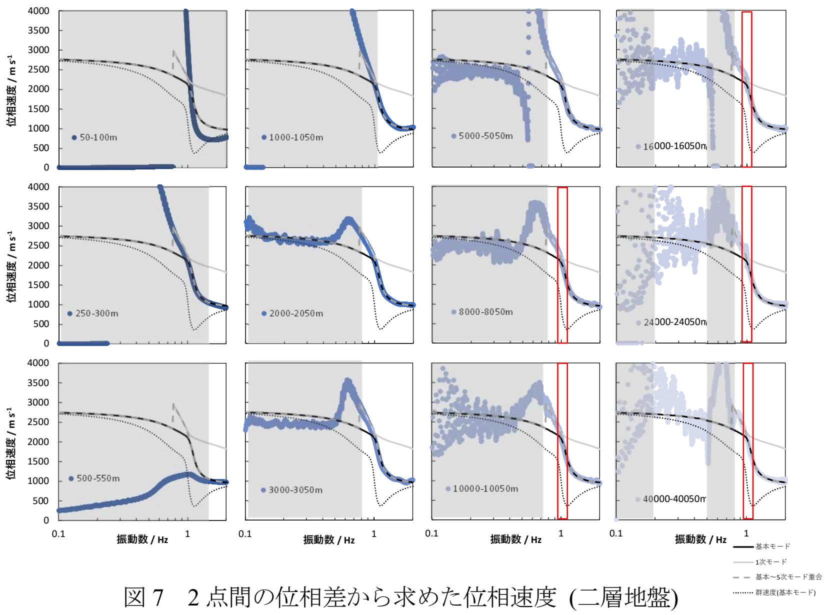

図 7　2 点間の位相差から求めた位相速度 (二層地盤)

対応しているが, 1.0 Hz 以下では理論位相速度より遅い速度となっている. 実体波の影響で速度が遅くなっていると考えられる. 図 7 でも震源距離 1 km の位相速度は 1.0 Hz 以下で理論位相速度より速い速度となっており, 理論位相速度と対応しないことは同様の結果である. 微動源の距離 5 km, 10 km, 24 km の位相速度は 0.8 Hz 以上では理論位相速度と対応しているが, 0.5 ~ 0.7 Hz では図 7 と同様に理論位相速度と離れた速度となっている. 単一の震源による検討と同様に卓越振動数付近は実体波の影響で速度が速くなることがわかる. 図 9 でエアリー相の影響で振幅が 24 km あたりで大きく落ち込んでいた 1.0 Hz について, 微動源の距離 24 km の位相速度は理論位相速度と対応した速度となっており, 分散曲線へのエアリー相の影響はないと考えられる.

7. まとめ

本研究では, 微動の震源特性の微動アレイ探査における分散曲線推定への影響を明らかにした. 本研究では有限差分法で計算したグリーン関数を用いて検討している. 分散曲線推定への実体波の影響の震源距離による違いを単一の震源により検討した結果, 実体波の影響により理論位相速度よりも遅いまたは速い位相速度が推定されることがわかった. 加振点からの距離が非常に近い地点や実体波が支配的とされる振動数の位相速度は極端に遅いまたは速い速度となっているので, 推定した位相速度にこのような特徴のある場合は実体波の影響と考えられる. また, 円形に配置した多数の微動源の距離を変化させた検討の結果, 単一の震源による検討と同様の結果となった. 実際には観測点に近いところから非常に遠いところまで多くの微動源があり, 遠くの微動源の方が圧倒的に多いことから, 観測点近くからの実体波より遠くからの表面波の方が影響が大きいことが考えられるが, 観測点近くに大きく卓越した微動源がある場合には, 今回検討したように実体波の影響が考えられるため, 大きく卓越した微動源の近くでの観測は避けるべきである.

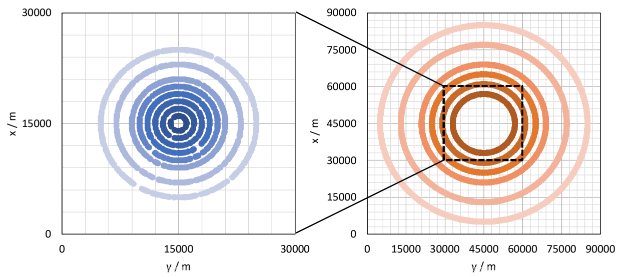

図 8　微動源配置

表 4　微動源数

半径 / km	微動源数 / 点	微動源数 / 点 km^{-2}	半径 / km	微動源数 / 点	微動源数 / 点 km^{-2}
1 ~ 1.05	38	118.01	10 ~ 10.05	372	118.12
2 ~ 2.05	75	117.89	12 ~ 12.05	446	118.06
3 ~ 3.05	112	117.85	16 ~ 16.05	594	117.99
4 ~ 4.05	149	117.83	20 ~ 20.05	742	117.95
5 ~ 5.05	186	117.82	24 ~ 24.05	891	118.05
6 ~ 6.05	223	117.81	32 ~ 32.05	1187	117.98
8 ~ 8.05	298	118.20	40 ~ 40.05	1484	118.02

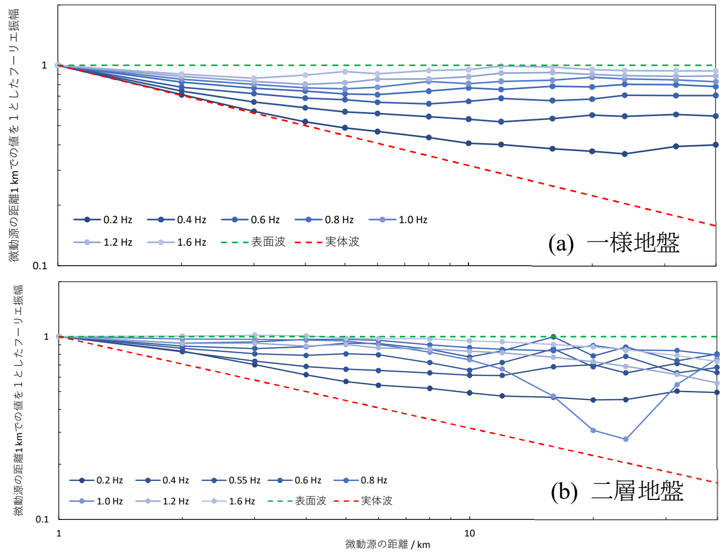

図 9　フーリエ振幅スペクトルの微動源の距離による変化

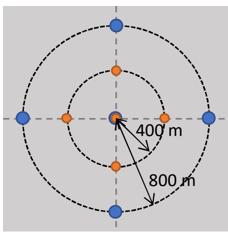

図 10　観測点配置

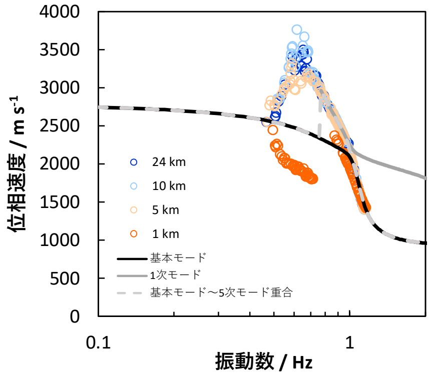

図 11　微動源の距離ごとの位相速度

参考文献

1) 平井敬, 福和伸夫, 3 次元有限差分法と相反定理を用いた堆積盆地の地盤振動性状の評価方法, 日本建築学会構造系論文集 第 78 巻 第 694 号, 2083-2091, 2013

2) AKI Keiiti, Space and Time Spectra of Stationary Stochastic Waves, wirh Special Reference to Microtremors, Earthquake Reserch Institute, 35(3) , 415-456, 1957

3) 横井俊明・ソスマルガリャン: 地震波干渉法理論に基づく SPAC 法の再検討, 物理探査, 第 61 巻, pp.87-100, 2008

4) Charles Cerjan, an Kosloff, Ronnie Kosloff, and Moshe Reshef: A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations, GEOPHYSICS, VOL.50, NO.4 (APRIL 1985), pp.705-708

5) 時松孝次, 田村修次: 2 次元多層地盤における地表面鉛直点加振の応答変位に対するレイリー波と実体波の寄与, 日本建築学会構造系論文集 第 476 号, 95-101, 1995