

グリーン関数の相反性を利用した有限差分法による常時微動シミュレーション

名古屋大学大学院 環境学研究科 都市環境学専攻 福和研究室

水間 健太

1. 研究の背景と目的

地盤の特性を簡易に把握するための手段に常時微動計測がある。常時微動が全方向から定常的に到来していることを前提としている解析方法が多いが、実際には計測地点周辺では加振源の偏りが生じている。

本研究では、周辺環境が常時微動へ与える影響を定量的に評価することを目指し、グリーン関数の相反定理を活用した常時微動の数値シミュレーション手法の適用性について検討を行った。また、本研究では水平成層構造を対象としているが、不整形地盤を対象とした検討へ展開・発展しやすくするために有限差分法を用いた。

2. 計算手法

2.1 有限差分法

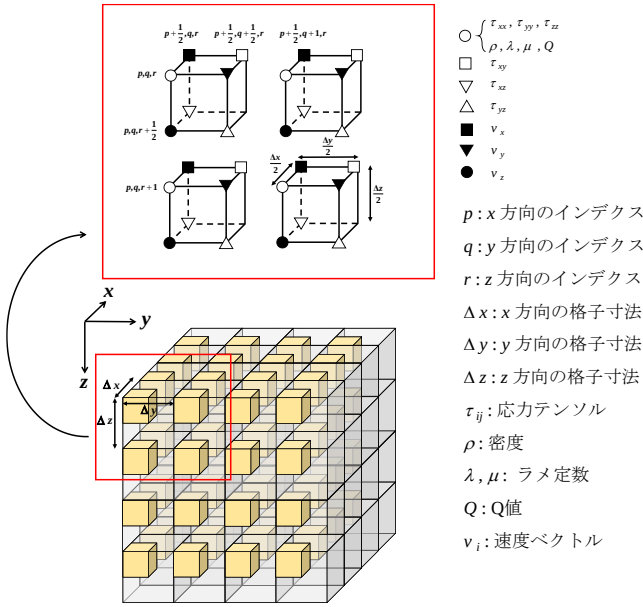


Fig. 1 格子分割の概念図

有限差分法は、地震動のシミュレーション手法の1つとして広く用いられている。Fig. 1に示すように地盤を格子状に分割し、以下の3つの基礎方程式を空間的・時間的に差分近似により計算していくことで、波動場の問題を数値的に解く。

$$\text{運動方程式} \quad \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i$$

$$\text{応力と歪の関係式} \quad \tau_{ij} = \delta_{ij} \lambda \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij} - m_{ij}$$

$$\text{歪の定義式} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

2.2 グリーン関数の相反定理

弾性体内の点A, Bに対して、Bをj方向にインパルス加振した時のAのi方向の応答関数 $G_{ij}(A, B, t)$ とAをi方向にインパルス加振した時のBのj方向の応答関数 $G_{ji}(B, A, t)$ の間には $G_{ij}(A, B, t) = G_{ji}(B, A, t)$ の関係が成り立つ。

3. 相反定理を用いた波形合成

加振点 ξ を震源時間関数 $F_j(\xi, t)$ で加振したときの、観測点 x の応答波形 $u_i(x, t)$ を得るには、重畳積分と重ね合わせの原理を用いて、

$$u_i(x, t) = \sum_{j=1}^3 \int_V \int_{-\infty}^t F_j(\xi, \tau) G_{ij}(x, \xi, t - \tau) d\tau dV$$

により波形が求まる。

この式において、加振点毎にグリーン関数を求めようとすると、計算回数が多くなり非常に煩雑である。しかし先ほどの相反定理を用いると、1点 x を加振点とする計算を行うだけすべてのグリーン関数を一度に得られるため計算時間が大幅に短縮される。

4. 常時微動再現手法の検討

4.1 グリーン関数を用いた検討

理論値との比較を行いやすくするために、単純な2層の水平成層地盤を対象に鉛直下方にインパルス加振を行った時のグリーン関数を用いた検討を行った

計算手法は有限差分法とし、地盤構造は水平成層構造で、第1層の層厚が10mである。 V_P , V_S , 密度は、第1層が、400 m/s, 150 m/s, 1800 kg/m³で、第2層が1500 m/s, 300 m/s, 2100 kg/m³である。格子寸法は、x方向3 m, y方向3 m, z方向2 mとし、有効振動数帯域は10 Hz以下とした。1 HzでのQ値を25として、振動数に比例するようにQ値を与えた。

4.2 深さ方向のモデル化格子数

基礎的な検討を行っていく前提として、深さ方向のモデル化格子数を検討する必要がある。そこで、Fig. 7に示すようなモデルを用いてモデル化する深さの検討を行った。地表面の点S(99 m, 360 m)を鉛直下方にインパルス加振した時の、x軸の正方向に50 m, 1000 m離れた点A, Bにおける速度波形を対象に、計算上有効な深さDを50 m, 250 m, 450 m, 650 mで変化させて比較した。

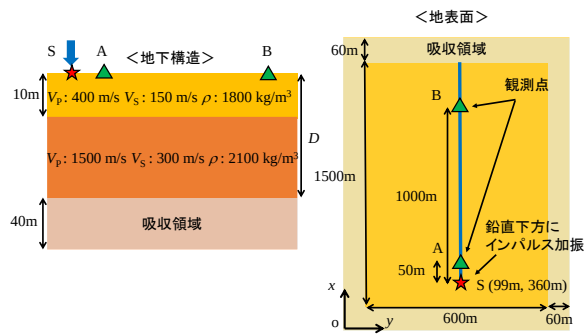


Fig. 2 4.2 項の検討に用いたモデル

Fig.3 に結果のフーリエ振幅スペクトルを震源距離、成分ごとに $D = 50$ m, 250 m, 450 m, 650 m について重ねてプロットしたものを示す。震源距離 1000 m において両成分とも 7.0 Hz 付近を境に低振動数側でモデル化する深さによる違いが見られた。

Fig.2 の地盤構造を対象に、表面波理論からレイリー波のモード形を求めたものが、Fig.4 である。震源距離 1000 m でモデル化する深さによる結果の違いが大きく異なった深さ 50 m に着目すると、 3.0 Hz では十分に大きな振幅が存在しており、 7.0 Hz では基本モードは振幅がゼロに近いが、1 次モードは小さな振幅が存在していることが見られる。このことから、 $D = 50$ m しかモデル化していない時では 7.0 Hz 付近より低振動数のレイリー波を十分に再現できていないことが推察される。

以上より、有限差分法などのモデルの底面が存在する計算方法でレイリー波をシミュレーションする際には、浅い層のみのモデル化であったとしても、レイリー波のモード形から振幅が十分に小さくなる深さを把握した上で、適切な深さまでモデル化しなければならないという結果が得られた。このことは地震動の再現や予測でも影響があるかもしれない。

4.3 表面波の伝播

4.2 項の検討結果をもとにレイリー波のモード形を用いて適切なモデル化を行った。振動数の下限を 2 Hz にした場合 Fig.5 のようなモデルとなる。4.2 項と同様に地表面の点 S(120 m, 360 m)を鉛直下方にインパルス加振した時の、 x 軸の正の方向に 30 m 間隔で並んだ観測点における速度波形を比較した。

Fig.6 に各震源距離の速度波形をそれぞれ最大値で規格化したものを、震源距離ごとに重ねてプロットしたものを示す。エアリー相における基本モード及び 1 次モードの群速度と、第 1 層及び第 2 層の S 波速度についても重ねてプロットしたところ、水平方向速度の主要動の波群はエアリー相の 1 次モードに従って伝播し、上下方向速度の主要動の波群はエアリー相の基本モードに従って伝播していることが分かる。このことから、地表面を上下加振する時、水平方向には主として 1 次の高次モードでレイリー波が伝播し、上下方向には基本モードで伝播することで、各観

測点では水平方向の波動が伝播したのちに上下方向の波動が伝播しているという結果が得られた。

次に、各震源距離についてフーリエ振幅スペクトルを重ねてプロットしたものを Fig.7 に示す。水平方向について見ると、震源距離が近い時は 6 Hz 付近が卓越しているのに対し、距離が離れるにつれて卓越振動数が 3 Hz、 5 Hz、 7 Hz へと移動している。また、震源距離が 570 m ~ 720 m 以降は卓越振動数が大きく動くことはないため、震源距離が 600 m 程度離れば十分に実体波が減衰し、表面波が卓越していると思われる。上下方向について見ると、水平方向ほど明確な卓越振動数は見られないが、水平方向と同様に震源距離が 600 m 程度離れると、 6.5 Hz 付近に小さな山が表れている。以上より、用いている単純なモデルでは、震源距離が 600 m 程度離れることで、十分な表面波が発生していると考えられる。

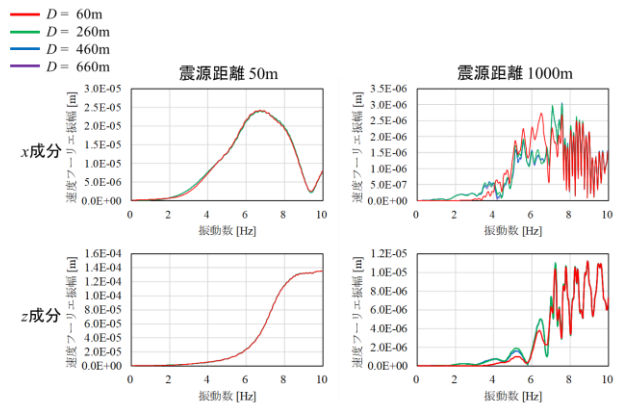


Fig. 3 モデル化深さによるフーリエ振幅の違い

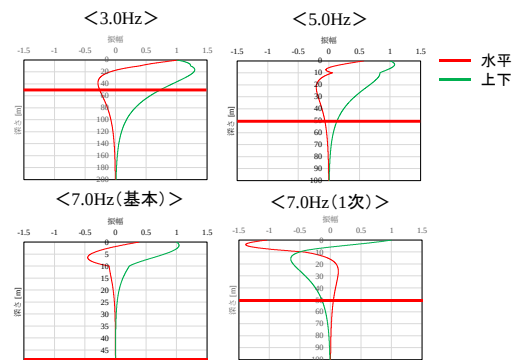


Fig. 4 Fig.7 の地盤構造でのレイリー波モード形

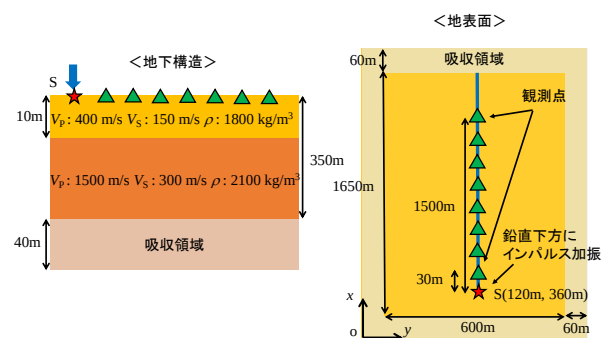


Fig. 5 6.3 項の検討に用いたモデル

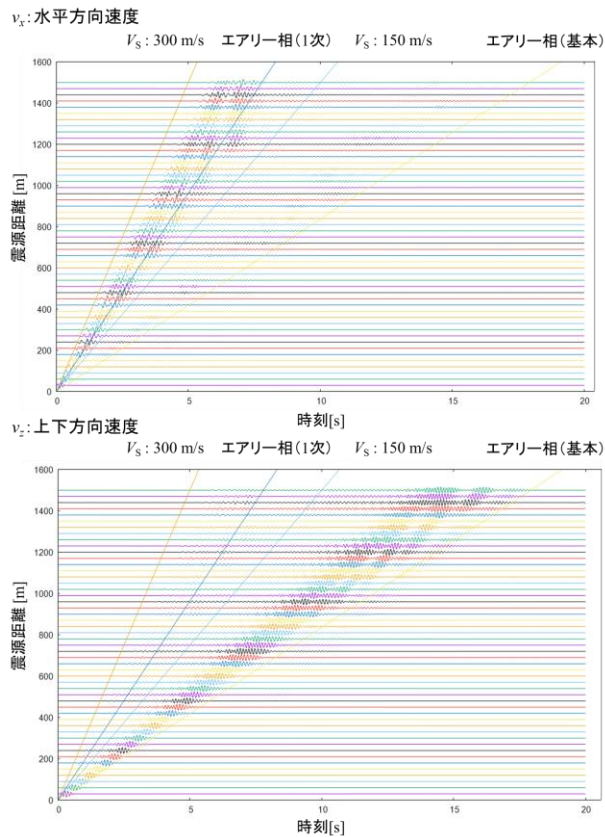


Fig. 6 速度波形の比較

4.4 定常性の検討

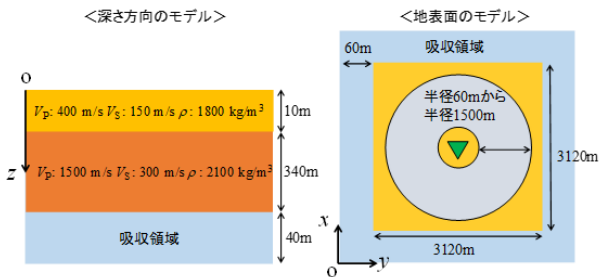


Fig. 8 定常性の検討に用いる計算モデル

常時微動の解析方法の SPAC 法や CCA 法で前提としている条件の 1 つに、レイリー波とラブ波がそれぞれ時間的・空間的に定常な確率過程であるという条件がある。常時微動を再現するにあたり、時間的に定常な状態とみなせるまでに必要な常時微動の継続時間と、空間的に定常な状態とみなせるまでに必要な震源の分布数について検討する必要がある。

継続時間がどの程度あれば常時微動が時間的に定常なものとなるかについて検討をするために、継続時間が 150 s、300 s、600 s、900 s、1200 s、1500 s、1800 s の常時微動をシミュレーションし、各継続時間では与える震源時間関数をランダムに 4 種類用意したところ 1500 s や 1800 s では震源時間関数のランダム性による変化がほとんど見られなくなった。

地表面にどの程度震源が分布すれば常時微動が空間的に定常なものとなるかについて検討をするために、Fig.8 に示す震源の分布範囲に対して、25 地点、50 地点、75 地点、100 地点、1000 地点をランダムに加振したときの常時微動をシミュレーションし、各加振点数についてランダムで 4 パターンの分布を用意したところ、100 地点までは分布パターンによる変化が見られたが、1000 地点ではほとんど変化が見られなかった。

5. 常時微動シミュレーション

5.1 震源距離

Fig.8 に示すモデルに対して、震源の分布する範囲を変化させて検討を行った。震源距離を r とした時、震源に近い $60 \text{ m} < r < 180 \text{ m}$ だけを加振した場合、震源から十分離れている $540 \text{ m} < r < 1500 \text{ m}$ だけを加振した場合の H/V スペクトルと分散曲線それぞれと理論値の比較を行ったところ、Fig.9 のような結果となった。震源が近い場所だけを加振した場合と比べて震源が遠い場所だけを加振した場合は理論値に近い値が出ている。これは、震源が遠いほどレイリー波が分散し、定常的な状態になるため、常時微動の仮定に近い波動を再現できているからだと思われる。

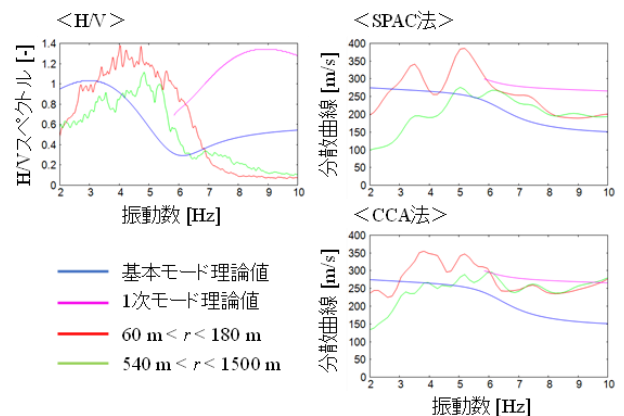


Fig. 9 震源距離による H/V スペクトルと分散曲線

5.2 微動の到来方向

Fig.8 に示すモデルに対して、a) 震源距離は $540 \text{ m} < r < 1020 \text{ m}$ を保ったまま微動が到来する方向を限定した場合と、b) 震源距離 $540 \text{ m} < r < 1020 \text{ m}$ で全方向から到来した上で震源距離 $60 \text{ m} < r < 540 \text{ m}$ の限定された範囲で微動が到来する場合について比較を行った。地表面の概要図を Fig.10 に、SPAC 法と CCA 法を用いて計算をした分散曲線の結果を Fig.11 に示す。

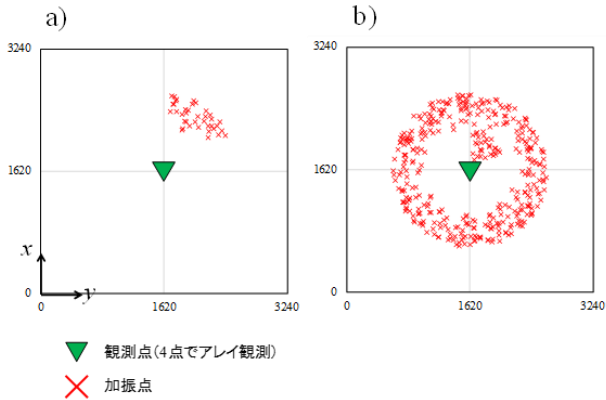


Fig. 10 5.2 項の検討に用いる地表面の概念図

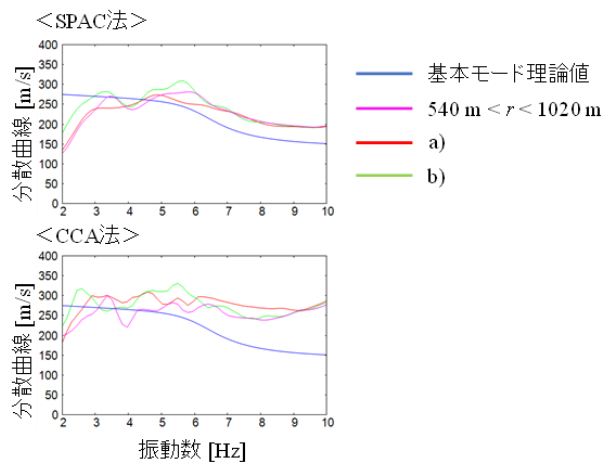


Fig. 11 到来方向による分散曲線の比較

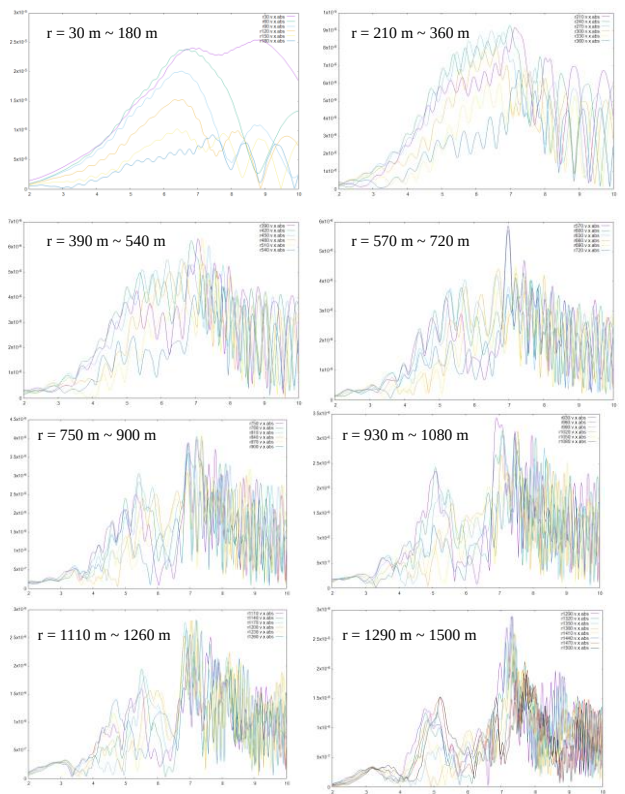
6. まとめ

本研究ではグリーン関数の相反性を利用した有限差分法による常時微動シミュレーション手法の適用性の検討を行った。加振源からどの程度の距離離れることで、十分に表面波が卓越するのかを検討した。検討の前提としてモデル化すべき深さに関する検討をレイリー波のモード形を用いて行い、モデル底部が存在する計算でレイリー波を再現するためには表面波理論上振幅が十分に小さくなる深さまでモデル化をしなければならないという知見が得られた。本研究のように浅層のみを対象とする場合であっても適用されるため注意が必要であるとともに、地震動の再現や予測でも影響があるかもしれない。単純なモデルに対し、表面波が十分に卓越する震源距離を定性的に把握した。常時微動の前提として時間的・空間的に定常的であることがあるので、シミュレーションする際にこの前提を満たすための、継続時間と加振点数の検討を行った。本研究の結果をもとに、今後は加振源の特性や地盤構造の不整形性が常時微動へ与える影響を検討し、現実の地盤構造をモデル化して計測結果と比較検討を行うなどの展望がある。

<参考文献>

1) 元木健太郎・渡辺哲史・加藤研一・武居幸次郎・山中浩明・飯嶋正紀・小山信：微動の水平上下スペクトル比のピーク周期の空間変動と表層地盤の不整形性の関係、日本建築学会構造系論文集 Vol.81 No.730 2016.12 pp.1983-1991

水平方向速度フーリエ振幅スペクトル



上下方向速度フーリエ振幅スペクトル

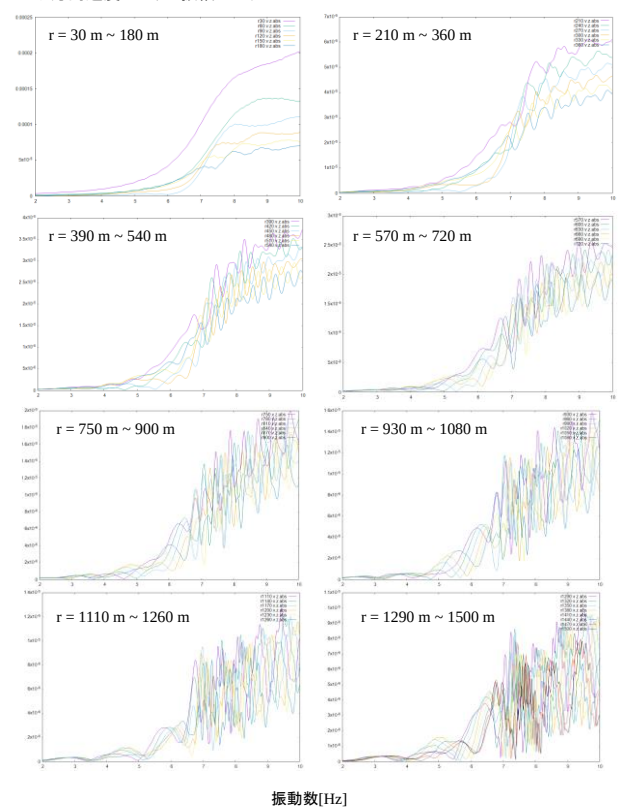


Fig. 7 フーリエ振幅スペクトルの比較

2) Graves, R. W.: Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 86, No. 4, pp.1091-1106, 1996. 8.