

# 相反定理を活用した有限差分法による地盤の常時微動シミュレーション

名古屋大学工学部環境土木・建築学科建築学コース  
福和研究室 水間 健太

## 1. 研究の背景と目的

地盤の特性を簡易に把握するための手段に常時微動計測がある。常時微動が全方向から定常的に到来していることを前提としている解析方法が多いが、実際には計測地点周辺では加振源の偏りが生じている。また、微動計では非常に小さい振動を電気回路により計測しているため、計測器の自己ノイズや温度変化によるノイズの影響を受けやすい。

本研究では、周辺環境が常時微動へ与える影響を定量的に評価することを目指し、グリーン関数の相反定理を活用した有限差分法による常時微動の数値シミュレーション手法の適用性について検討を行った。

## 2. 計算手法

### 2.1 有限差分法

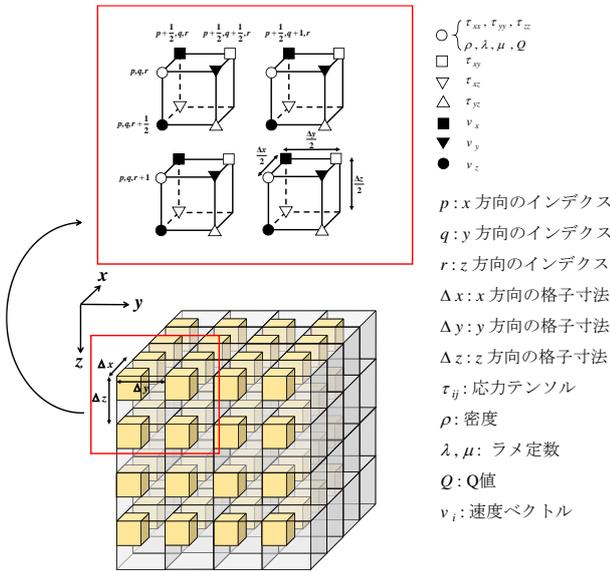


Fig. 1 格子分割の概念図

有限差分法は、地震動のシミュレーション手法の1つとして広く用いられている。Fig. 1 に示すように地盤を格子状に分割し、以下の3つの基礎方程式を空間的・時間的に差分近似により計算していくことで、波動場の問題を数値的に解く。

運動方程式 
$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i$$

応力と歪の関係式 
$$\tau_{ij} = \delta_{ij} \lambda \sum_{k=1}^3 \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

歪の定義式 
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

### 2.2 グリーン関数の相反定理

弾性体内の点 A, B に対して、B を j 方向にインパルス加振した時の A の i 方向の応答関数  $G_{ij}(A, B, t)$  と A を i 方向にインパルス加振した時の B の j 方向の応答関数  $G_{ji}(B, A, t)$  の間には  $G_{ij}(A, B, t) = G_{ji}(B, A, t)$  の関係が成り立つ。

### 3. 相反定理を用いた波形合成

加振点  $\xi$  を震源時間関数  $F_j(\xi, t)$  で加振したときの、観測点  $x$  の応答波形  $u_i(x, t)$  を得るには、重畳積分と重ね合わせの原理を用いて、

$$u_i(x, t) = \sum_{j=1}^3 \int_V \int_{-\infty}^t F_j(\xi, \tau) G_{ij}(x, \xi, t - \tau) d\tau dV$$

により波形が求まる。

この式において、加振点毎にグリーン関数を求めようとすると、計算回数が多くなり非常に煩雑である。しかし先ほどの相反定理を用いると、1点  $x$  を加振点とする計算を行うだけすべてのグリーン関数を一度に得られるため計算時間が大幅に短縮される。

### 4. 常時微動シミュレーション

地盤構造は名古屋大学減災館地点の PS 検層結果をもとにし、減衰定数は振動数に反比例するように与え、1 Hz で 5% とした。形状は水平成層構造とし、有効振動数帯域は 5 Hz 以下とした。モデルの大きさは x, y, z 方向に 600 m, 600 m, 140 m で、格子寸法は 5 m, 5 m, 2 m である。観測点は 4 点アレイとし、常時微動が全方向から定常的に到来することを再現するために、加振点は中心の観測点の 110 m から 160 m の範囲の地表面にランダムで 25 地点配置した。また、各加振点では時刻歴で正規乱数を用いることにより加振を行っている。モデル地表面の詳細図を Fig. 2 に示す。

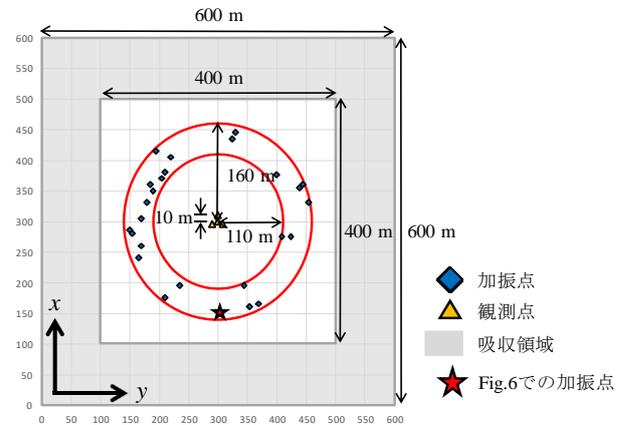


Fig. 2 地表面の詳細図

## 5. シミュレーション結果

第4項で示した方法で常時微動のシミュレーションを行ったところ、中心の観測点で Fig. 3 のような微動波形及びアンサンブル平均のフーリエスペクトルが得られた。図では上から順に  $x, y, z$  方向となっている。

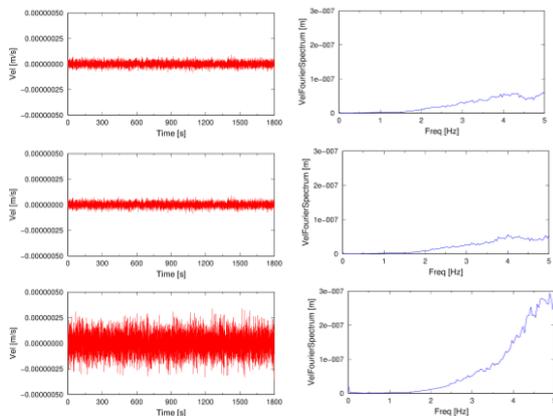


Fig. 3 シミュレーションによる微動

Fig. 3 の微動波形をもとに H/V スペクトルを求め、中心以外の観測点の波形も使って SPAC 法と CCA 法により分散曲線を求めた。Fig. 4 に H/V スペクトルと水平成層構造のもとでの理論 H/V スペクトル、重複反射理論による増幅スペクトルの比較結果を示す。また、Fig. 5 に SPAC 法と CCA 法による分散曲線と理論分散曲線の比較結果を示す。

Fig. 5 の分散曲線はシミュレーションでの値と理論値の傾向が対応しているように見える。Fig. 4 においても、H/V スペクトルと各理論値は 1.5 Hz から 3 Hz 付近まではその傾向が対応しているように見えるが、理論 H/V スペクトルは 3.3 Hz 付近で最小となるのに対して H/V スペクトルは 4.6 Hz 付近で最小となっている。

Fig. 6 に、Fig. 2 で示した星印を  $z$  方向にインパルス加振したとき  $x$  に方向並んだ点で観測される応答の  $z$  成分を示す。図を見てみると減衰しやすい実体波と減衰しにくい表面波が見て取れる。例えば、時刻 0.1 s で大きく出ている成分は、0.5 s には十分減衰しているのに対し、1.5 s で大きく出ている波は 2.5 s 付近になってもあまり減衰していない。よって、実体波と表面波のどちらが支配的であるかは加振点と観測点の距離に依存することが分かる。よって、常時微動において表面波が支配的であるとするならば、加振点は観測点から十分遠い位置に配置する必要があるが、今回のシミュレーションでは実体波と表面波が同程度混在した状態であった。

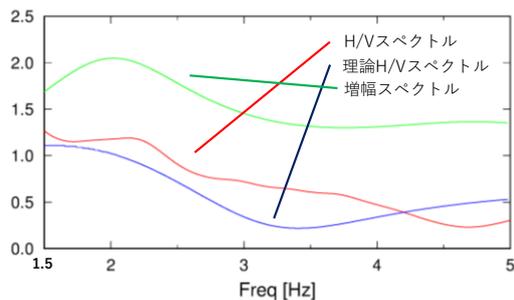


Fig. 4 H/V スペクトルと各理論値の比較

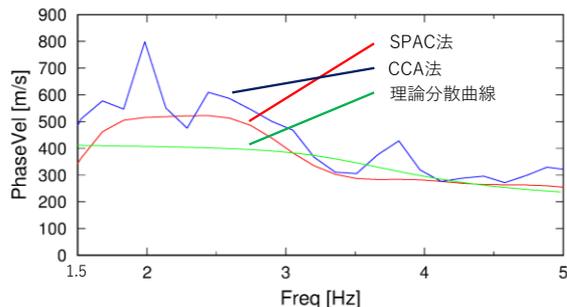


Fig. 5 分散曲線の比較

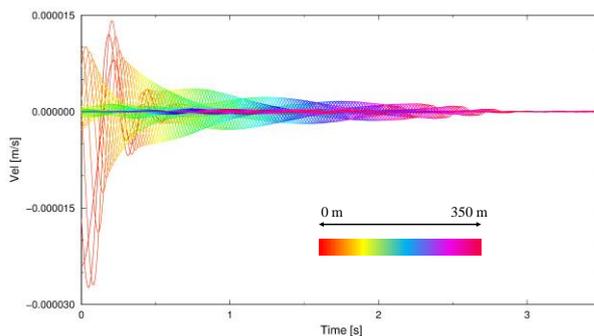


Fig. 6 インパルス加振時の距離減衰

## 6. まとめ

本研究では周辺環境が常時微動へ与える影響を定量的に評価するための前提として、グリーン関数の相反定理を活用した有限差分法による常時微動シミュレーション手法の検討を行った。周囲 100 m 以内に加振源がないというモデルを用いてシミュレーションを行ったが、表面波と実体波が混在した状態であった。この状態では Fig. 4 と Fig. 5 のように理論値と比較するには不十分であるが、周辺に振動源がある常時微動計測と同じ状況を再現することができた。今後は今回の手法を基盤にさらなる検討を進めて、シミュレーション手法を確立し、周辺環境が常時微動に与える影響を検討していく必要がある。

### 参考文献

1) 元木健太郎・渡辺哲史・加藤研一・武居幸次郎・山中浩明・飯場正紀・小山信：微動の水平上下スペクトル比のピーク周期の空間変動と表層地盤の不整形性の関係、日本建築学会構造系論文集 Vol.81 No.730 2016.12 pp.1983-1991

2) Graves, R. W. : Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 86, No. 4, pp.