

## グリーン関数の相反性を利用した長周期地震動作成システムの構築

正会員 ○平井 敬 \*1  
正会員 福和 伸夫 \*2

長周期地震動	グリーン関数	相反性
地下構造モデル	有限差分法	Web システム

## はじめに

近年、長時間・長周期地震動について注目が高まっている。特に、超高層建物や長大橋などにおいては、地盤との共振を避けることが必須であり、地震動の卓越周期などの特性を予測することが重要となる。寺島・他<sup>1)</sup>は大阪堆積平野上の地点において地震動の卓越周期が一定でないことを指摘し、平井・福和<sup>2)</sup>は不整形な地下構造を考慮した理論計算によって卓越周期の変動の傾向について検討した。その際、弾性論に基づくグリーン関数の相反性を利用することにより、数多くの震源に対して効率良く地震動を計算することができることを示した。

本報では、グリーン関数のデータベースを作成し、任意の震源に対して長周期地震動を計算する Web システムを構築した。これは、不整形な地下構造を考慮するには、通常ならば有限差分法による大容量の計算を必要とするところ、あらかじめグリーン関数を計算しておくことで高速に地震動を予測することができるものである。

## 地震動の計算方法

地震による地動変位は以下のように表される。

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \int_{-\infty}^t \int_V \frac{\partial G_{ip}(\mathbf{x}, t-\tau; \boldsymbol{\xi}, 0)}{\partial \xi_q} m_{pq}(\boldsymbol{\xi}, \tau) dV d\tau \quad (1)$$

上記は、震源域  $V$  での地震によって生じる観測点  $\mathbf{x}$  における時刻  $t$  での変位の  $i$  成分を表している。 $\boldsymbol{\xi}$  は震源域内での座標、 $m_{pq}$  はモーメントテンソル密度の累積解放量である。グリーン関数には以下のような相反性が成立する。

$$G_{ip}(\mathbf{x}, t-\tau; \boldsymbol{\xi}, 0) = G_{pi}(\boldsymbol{\xi}, t-\tau; \mathbf{x}, 0) \quad (2)$$

これを式 1 へ代入し、震源域を  $N_e$  個の点震源の集合として近似すると、次式のようになる。

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \sum_{j=1}^{N_e} \int_{-\infty}^t \frac{\partial G_{pi}(\boldsymbol{\xi}_j, t-\tau; \mathbf{x}, 0)}{\partial \xi_q} M_{jpq}(\tau) d\tau \quad (3)$$

観測点においてインパルス力を加えたときの震源位置での変位勾配テンソルが、震源位置でのモーメントテンソルの解放による観測点での変位に等しいことが分かる。モーメントテンソルは対称テンソルであり、式 3 の変位勾配テンソルは常に対角成分が組になって現れる。そのため、式

3 は以下のように書き換えることができる。

$$u_i(\mathbf{x}, t) = \sum_{p=1}^3 \sum_{q=1}^3 \sum_{j=1}^{N_e} \int_{-\infty}^t H_{ipq}(\mathbf{x}, t-\tau; \boldsymbol{\xi}_j, 0) M_{jpq}(\tau) d\tau \quad (4)$$

新たなグリーン関数  $H_{ipq}$  の定義は次式の通りである。

$$H_{ipq}(\mathbf{x}, t-\tau; \boldsymbol{\xi}_j, 0) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial G_{pi}(\boldsymbol{\xi}_j, t-\tau; \mathbf{x}, 0)}{\partial \xi_q} + \frac{\partial G_{qi}(\boldsymbol{\xi}_j, t-\tau; \mathbf{x}, 0)}{\partial \xi_p} \right\} \quad (5)$$

式 5 は観測点においてインパルス力を加えたときの震源位置での歪みテンソルを表す。

グリーン関数の計算には、不整形な地下構造を考慮するため、有限差分法を用いた。この手法では、震源は 1 種類のものしか想定できないものの、それによる変位は媒質内のすべての点で計算することができる。しかし、グリーン関数の相反性を利用すると、ひとつの観測点に対する媒質内のあらゆる位置の震源による地震動のグリーン関数を得ることができる。

## グリーン関数データベースの作成

式 5 の歪みテンソルの時系列データを複数の観測点と多くの震源位置について計算したものの集合をグリーン関数データベースと呼ぶ。図 1 にモデル範囲とグリーン関数を定義した震源位置（以下、グリーン関数定義点）の分布を示す。グリーン関数定義点は密に配置する望ましいが、データベースの容量が大きくなるという問題が生じる。ここでは、水平方向 10 km 間隔、上下方向 5 km 間隔でグリーン関数定義点を配置した。

式 4 に従って地震動を計算する際、想定する地震の震源位置とグリーン関数定義点は一般には一致しない。この場合、以下のようにグリーン関数を補正した。まず、図 2 のように、観測点位置を原点としたときの想定震源位置とそれにもっとも近いグリーン関数定義点の極座標をそれぞれ  $(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ ,  $(r_2, \theta_2, \varphi_2)$  とする。 $(r_1, \theta_1, \varphi_1)$  に仮想的な震源を設定し、そのモーメントテンソル  $\mathbf{M}'$  を想定地震のモーメントテンソル  $\mathbf{M}$  をもとに以下のように与える。

$$\mathbf{M}' = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{A} \quad (6)$$

$\mathbf{A}$  は単位球面上での  $(\theta_1, \varphi_1)$  から  $(\theta_2, \varphi_2)$  への線形変換を表す行列である。 $\mathbf{M}'$  を用いて計算した変位波形を  $\mathbf{u}'(t)$  とし、

想定震源による変位波形を以下のように推定する。

$$\mathbf{u}(t) = \frac{r_2}{r_1} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{u}' \left( t - \frac{r_1 - r_2}{V_s} \right) \quad (7)$$

有限差分法によって計算されたグリーン関数は S 波の寄与のみでなく、P 波や表面波の寄与も含んでいる。そのため、式 7 による振幅と走時の補正是万全のものではない。しかしながら、波動の種類ごとに振幅と走時を補正することは不可能であるため、通常もっとも振幅が大きくなる S 波を基準に補正を行うこととした。

### 地震動作成システムの構築

地震動作成システムの処理の流れを図 3 に、Web インターフェイスの操作画面を図 4 に示す。このシステムは <http://133.6.118.22/map/map/?cid=1&gid=0&mid=44> より誰でも利用することが可能である。観測点情報・震源断層の情報・その他の情報（計算のパラメータなど）をユーザーが設定し、内部動作で震源断層を要素断層に分割する。その際、以下のように要素断層の長さ・幅を設定する。

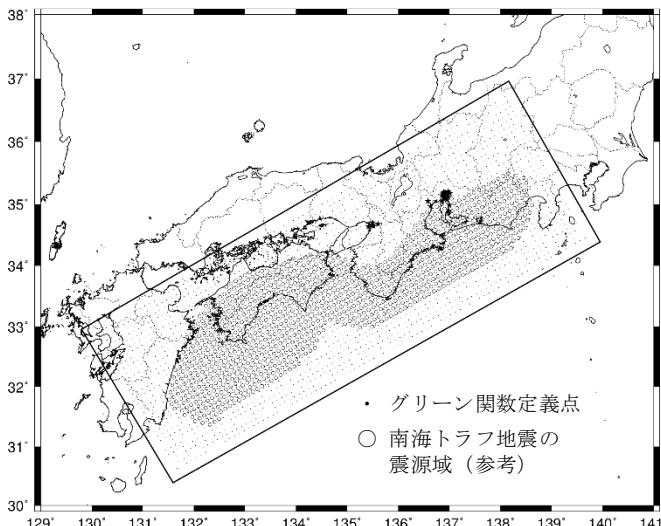


図 1 グリーン関数データベースを作成した範囲

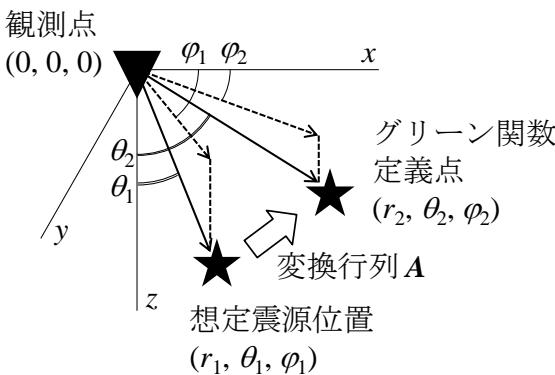


図 2 観測点・想定震源位置・グリーン関数定義点

$$\Delta L = \frac{L}{[L/\Delta L' + 1/2]}, \Delta W = \frac{W}{[W/\Delta W' + 1/2]} \quad (8)$$

ここで  $L, W$  は断層セグメントの長さ・幅であり、 $\Delta L = \Delta W = \sqrt{LW/100}$  である。このように生成された要素断層は、おおむね断層セグメントの 1/100 程度の面積で、正方形に近い形状となる。生成された要素断層を点震源に近似し、適切なグリーン関数を検索しながら、波形合成を行う。

本システムは、インターフェイス・要素断層分割・波形合成がそれぞれ独立した構成となっている。そのため、要素断層モデルとして既存の断層モデルを使用する、要素断層モデルに統計的グリーン関数法を適用して地震動の短周期成分を付加する、出力した地震動波形を擬似地震体験システムへの入力とするなどの拡張が可能である。

### 参考文献

- 寺島芳洋、高橋広人、福和伸夫、護雅史：堆積盆地における地盤と超高層建物との共振現象に関する研究 その 1 大阪平野の地盤周期の分析と強震動予測、日本建築学会大会学術講演梗概集、B-2, 151-152, 2012.
- 平井敬、福和伸夫：3 次元有限差分法と相反定理を用いた堆積盆地の地盤震動性状の評価手法、日本建築学会構造系論文集、694, 2083-2091, 2013.

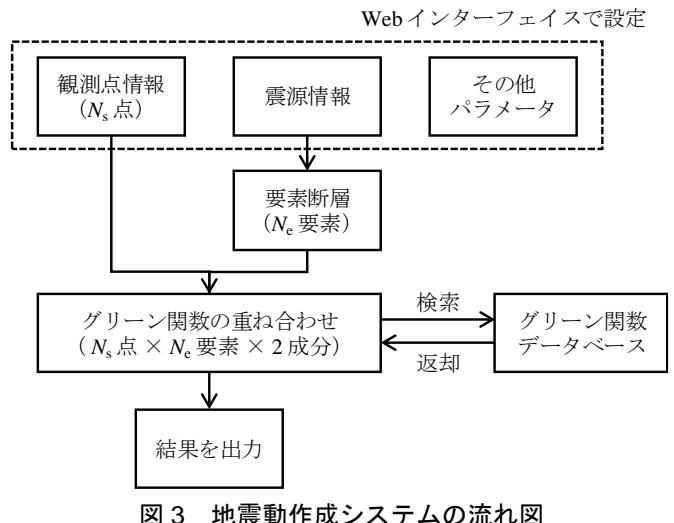


図 3 地震動作成システムの流れ図

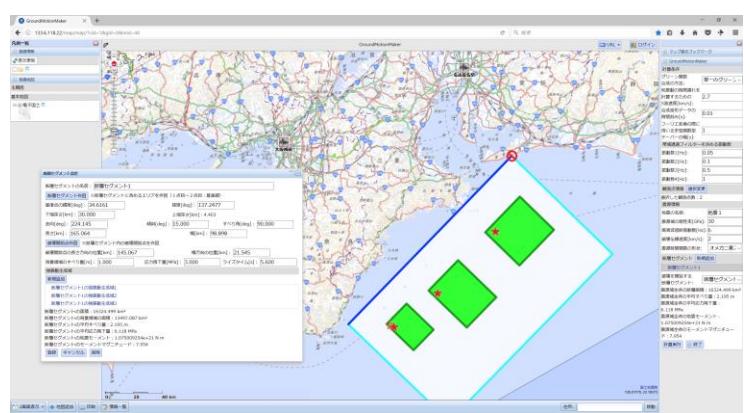


図 4 地震動作成システムの操作画面

\*1 名古屋大学大学院環境学研究科 助教・博士（工学）

\*2 名古屋大学減災連携研究センター 教授・工博

\*1 Assistant Prof., Environmental Studies, Nagoya Univ., Dr. Eng.

\*2 Prof., Disaster Mitigation Research Center, Nagoya Univ., Dr. Eng.