

剛体回転を考慮した浮遊構造物の近似線形解析法に関する研究
弾性変位に着目した大型宇宙構造物の線形振動解析方法に関する研究 (その3)

An Approximate Linear Analysis Method of Structure with Free-Free Boundary Condition
Considering Rigid Rotational Motion

A Study on the Linear Dynamic Analysis Method for a Large Space Structure Part 3

福和 伸夫* 森田 敦** 中川 大***
Nobuo FUKUWA Atsushi MORITA Masaru NAKAGAWA

If a non-self-balanced forces are applied to a large space structure, a rigid rotational motion is stimulated. In order to take account of the rigid rotational motion in the analysis, a geometrical nonlinear analysis such as an updated Lagrangean formulation should be adopted. Usually this kind of analysis is very expensive one. It might be better to construct an appropriate simplified method. Here, by assuming the deformation of the structure small and adopting the moving rotational coordinates, total equation of motion is transformed to a 1-DOF nonlinear equation on the rotational rigid motion and linear equations on other DOF's. By this formulation, the costly nonlinear analysis is reduced. The validity of the method is verified by comparing the results with those of updated Lagrangean method.

Keywords : space structure, rigid rotational motion, linear dynamic analysis, rotational matrix

宇宙構造物, 剛体回転, 線形振動解析, 回転マトリクス

1. はじめに

既報^{1~2)}では, 大型宇宙構造物の設計検討時に重要な弾性変位評価法として, 射影行列を用いて直接弾性変位を求める方法, 因果時間関数のフーリエ変換の性質を利用して周波数応答関数の虚部から弾性変位を評価する方法を示した。これらの方法では, 剛体回転に対して姿勢制御が行われることを前提に, 剛体並進変位と微小な剛体回転成分を除去する方法を提案していた。これに対して本論では有限な剛体回転変位を考慮した方法を提示する。

本来は, 剛体回転を考慮した解析を行うには, 幾何学的な非線形性を考慮した解析が必要である。しかし, 大自由度の解析が必要となる大型宇宙構造物の場合には, 全体系を非線形解析するのに莫大な演算量が必要とな

る。宇宙ステーション「フリーダム」規模の宇宙構造物の場合には構造系式としてトラス形式が採用されるので, その変形量は微小であると考えられる。従って, 剛体回転を考慮するために全体系を非線形解析することは非経済的と判断される。そこで, 本論では, 変形量が微小との仮定のもとで, 移動回転座標系を利用し微小量であるコリオリ力を無視することにより, 系の非線形釣合方程式を剛体回転に関する1自由度の非線形方程式と他の自由度に関する線形の運動方程式に分離する。これにより, 非線形応答計算を1自由度に縮小し, 全体系の解析には線形応答解析を利用することが可能となり, 演算量は飛躍的に減少する。なお, 線形応答解析部分に, 既報¹⁾で示した射影行列法を適用することにより弾性変位を直接誘導することが可能となる。解析手法の妥当性

本報の一部は, 文献^{5)~6)}に既に発表している。

* 名古屋大学工学部建築学科 助教授・工博
** 大成建設(株) 設計本部構造設計部 工修
*** 名古屋大学工学部建築学科 大学院生

Assistant Prof., Dep. of Architecture, School of Eng., Nagoya University, Dr. Eng.
Struct. Des. and Prop. Dept., Taisei Corporation, Ms. Eng.
Graduate Student, Dep. of Architecture, School of Eng., Nagoya University

は、本法による結果を、更新ラグランジェ法³⁾による幾何学的非線形解析結果と比較することにより検討する。

2. 解析法

本解析では、図1に示すように平面内で運動する浮遊構造物Vを対象とし、構造物と共に移動・回転する座標系 $\bar{x}$ を用いて、剛体回転をする構造物の運動方程式を定式化する。いま、固定座標系 x でみた浮遊構造物の各部の位置ベクトルを $\mathbf{r}$ とすると、固定座標系における位置座標は、移動回転座標系の原点位置ベクトル $\mathbf{R}$ と、移動回転座標系における位置ベクトル $\bar{\mathbf{r}}$ と変位ベクトル $\bar{\mathbf{u}}$ 、両座標系間の回転量を表すオイラーパラメータ θ を用いて次式で表すことができる⁴⁾。

$$\mathbf{r} = \mathbf{A}(\theta)(\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{u}}) + \mathbf{R} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{A}(\theta)$ はオイラーパラメータ θ によって定義される回転行列である。オイラーパラメータは、3次元的に運動する問題では4変数で定義されるが、平面内運動をする問題では両座標系間の平面内の回転角度 θ の1変数で定義され、回転行列 $\mathbf{A}(\theta)$ は下式で与えられる。

$$\mathbf{A}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

(1)式を観察すると剛体変位と弾性変位が分離された形で表現されていることが分かる。すなわち、移動回転座標系の原点位置 $\mathbf{R}$ は剛体並進変位に、オイラーパラメータ θ は剛体回転変位に、移動回転座標系における変位ベクトル $\bar{\mathbf{u}}$ は弾性変位に対応している。

次に、本問題の運動方程式を導出する。ハミルトンの原理は、系の運動エネルギー T 、歪みエネルギー U 、系に働く外力がなす仕事量 W を用いて下式で与えられる。

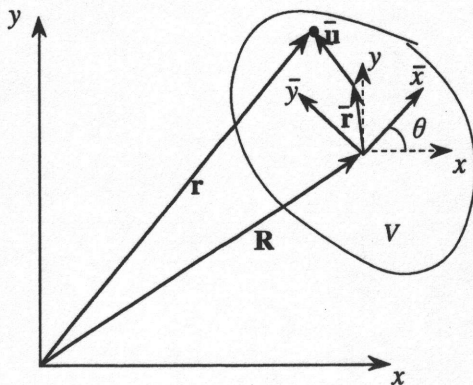


図1 固定座標系と移動回転座標系

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(T - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad (3)$$

上式から、構造物領域Vに対して、

$$\delta \left(\int_V \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}^T \rho \dot{\mathbf{r}} dV - \int_V \frac{1}{2} \epsilon^T \sigma dV \right) + \int_V \delta \mathbf{r}^T \mathbf{f} dV = 0 \quad (4)$$

が得られる。上式中、 $\dot{}$ は時間微分をあらわす。ここで、位置ベクトル $\mathbf{r}$ の時間導関数は(1)式を時間に関して微分することにより、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} &= [\mathbf{I}_2 \quad \mathbf{A}(\theta) \tilde{\mathbf{I}}_2 (\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{u}}) \quad \mathbf{A}(\theta)] \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{r}} &= [\mathbf{I}_2 \quad \mathbf{A}(\theta) \tilde{\mathbf{I}}_2 (\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{u}}) \quad \mathbf{A}(\theta)] \ddot{\mathbf{q}} \\ &\quad + \dot{\theta} [\mathbf{O}_2 \quad -\mathbf{A}(\theta) (\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{u}}) 2\mathbf{A}(\theta) \tilde{\mathbf{I}}_2] \dot{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{q} = [\mathbf{R} \quad \theta \quad \bar{\mathbf{u}}]^T \quad \tilde{\mathbf{I}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

と求められる。ここに、 $\mathbf{q}$ は移動回転座標系における未知変位ベクトルである。(5)式の誘導では、

$$\frac{\partial \mathbf{A}(\theta)}{\partial \theta} = \mathbf{A}(\theta) \tilde{\mathbf{I}}_2 \quad \dot{\mathbf{A}}(\theta) = \dot{\theta} \mathbf{A}(\theta) \tilde{\mathbf{I}}_2 \quad \tilde{\mathbf{I}}_2 \tilde{\mathbf{I}}_2 = -\mathbf{I}_2 \quad (6)$$

の関係を利用している。同様に位置ベクトルの変分は、

$$\delta \mathbf{r} = [\mathbf{I}_2 \quad \mathbf{A}(\theta) \tilde{\mathbf{I}}_2 (\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{u}}) \quad \mathbf{A}(\theta)] \delta \mathbf{q} \quad (7)$$

と定義される。

今、新たに全体座標系の原点を中心に移動座標系と共に回転する回転座標系を定義し、回転座標系における諸量を $\hat{}$ と示すこととすると、未知変位ベクトル $\mathbf{q}$ は、回転座標における移動座標原点 $\hat{\mathbf{R}}$ を含む変位ベクトル $\hat{\mathbf{q}}$ を用いて、

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \theta \\ \bar{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\theta) & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}} \\ \theta \\ \bar{\mathbf{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\theta) & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} \quad (8)$$

と表すことができる。以上の関係式を用いると(4)式の各項は以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \delta \left(\frac{1}{2} \epsilon^T \sigma \right) &= \delta \bar{\mathbf{u}}^T \bar{\mathbf{L}}^T \mathbf{D} \bar{\mathbf{L}} \bar{\mathbf{u}} = \delta \hat{\mathbf{q}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{L}}^T \mathbf{D} \bar{\mathbf{L}} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{q}} \\ \delta \mathbf{r}^T \mathbf{f} &= \delta \mathbf{q}^T \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 \\ (\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{u}})^T \tilde{\mathbf{I}}_2 \mathbf{A}^T(\theta) \\ \mathbf{A}^T(\theta) \end{bmatrix} \mathbf{f} = \delta \hat{\mathbf{q}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 \\ (\bar{\mathbf{r}} + \bar{\mathbf{u}})^T \tilde{\mathbf{I}}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{f}} \end{aligned}$$

$$\delta \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}' \rho \dot{\mathbf{r}} \right) = -\rho \delta \dot{\mathbf{q}} \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{I}_2 & \tilde{\mathbf{I}}_2(\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) & \mathbf{I}_2 \\ (\bar{\mathbf{r}}'+\bar{\mathbf{u}}') \tilde{\mathbf{I}}_2 & (\bar{\mathbf{r}}'+\bar{\mathbf{u}}')(\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) & (\bar{\mathbf{r}}'+\bar{\mathbf{u}}') \tilde{\mathbf{I}}_2 \\ \mathbf{I}_2 & \tilde{\mathbf{I}}_2(\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) & \mathbf{I}_2 \end{array} \right] \ddot{\mathbf{q}} \\ + \rho \delta \dot{\mathbf{q}} \left[\begin{array}{c} \mathbf{I}_2 \\ (\bar{\mathbf{r}}'+\bar{\mathbf{u}}') \tilde{\mathbf{I}}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{array} \right] ((\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) \dot{\theta} - 2 \tilde{\mathbf{I}}_2 \dot{\bar{\mathbf{u}}} \dot{\theta}) \quad (9)$$

ここに、 $\bar{\mathbf{L}}$ は歪み-変位関係を表す微分演算行列、 $\mathbf{D}$ は弾性係数を含む行列である。(9)式を用いることにより(4)式は、

$$\int_V \delta \dot{\mathbf{q}} \left(\rho \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{I}_2 & \tilde{\mathbf{I}}_2(\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) & \mathbf{I}_2 \\ (\bar{\mathbf{r}}'+\bar{\mathbf{u}}') \tilde{\mathbf{I}}_2 & (\bar{\mathbf{r}}'+\bar{\mathbf{u}}')(\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) & (\bar{\mathbf{r}}'+\bar{\mathbf{u}}') \tilde{\mathbf{I}}_2 \\ \mathbf{I}_2 & \tilde{\mathbf{I}}_2(\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) & \mathbf{I}_2 \end{array} \right] \ddot{\mathbf{q}} \right. \\ \left. + \left[\begin{array}{c} \mathbf{O}_3 \\ \bar{\mathbf{L}} \mathbf{D} \bar{\mathbf{L}} \end{array} \right] \dot{\mathbf{q}} - \left[\begin{array}{c} \hat{\mathbf{f}}_n \rho ((\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) \dot{\theta}^2 - 2 \tilde{\mathbf{I}}_2 \dot{\bar{\mathbf{u}}} \dot{\theta}) \\ (\bar{\mathbf{r}}'+\bar{\mathbf{u}}') (\tilde{\mathbf{I}}_2 \hat{\mathbf{f}}_n - 2 \rho \dot{\bar{\mathbf{u}}} \dot{\theta}) \\ \hat{\mathbf{f}}_n \rho ((\bar{\mathbf{r}}+\bar{\mathbf{u}}) \dot{\theta}^2 - 2 \tilde{\mathbf{I}}_2 \dot{\bar{\mathbf{u}}} \dot{\theta}) \end{array} \right] \right) dV = 0 \quad (10)$$

と変換される。上式が本問題の支配方程式となる。ここで、注意すべき点是非線形性が慣性力に関わる左辺第1項に現われている点である。(10)式に対して、弾性変位成分 $\bar{\mathbf{u}}$ が微小であるとの仮定を導入し、第1行目と第3行目の和をとると、

$$\int_V \delta \left[(\hat{\mathbf{R}}+\bar{\mathbf{u}})' \theta \right] \left(\rho \left[\begin{array}{cc} \mathbf{I}_2 & \tilde{\mathbf{I}}_2 \bar{\mathbf{r}} \\ \bar{\mathbf{r}}' \tilde{\mathbf{I}}_2 & \bar{\mathbf{r}}' \bar{\mathbf{r}} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \ddot{\bar{\mathbf{R}}}+\ddot{\bar{\mathbf{u}}} \\ \ddot{\theta} \end{array} \right] \right. \\ \left. + \left[\begin{array}{c} \bar{\mathbf{L}} \mathbf{D} \bar{\mathbf{L}} \\ 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \hat{\mathbf{R}}+\bar{\mathbf{u}} \\ \theta \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \hat{\mathbf{f}}_n \rho (\bar{\mathbf{r}} \dot{\theta}^2 - 2 \tilde{\mathbf{I}}_2 \dot{\bar{\mathbf{u}}} \dot{\theta}) \\ \bar{\mathbf{r}}' (\tilde{\mathbf{I}}_2 \hat{\mathbf{f}}_n - 2 \rho \dot{\bar{\mathbf{u}}} \dot{\theta}) \end{array} \right] \right) dV = 0 \quad (11)$$

が得られる。ここで、外力が節点に集中的に作用すると仮定し、移動回転座標系の原点を構造物の重心位置に採用する。また、構造物領域を有限要素分割し、アイソパラメトリック要素の利用を前提に変位ならびに座標を同一の補間関数 N により有限要素補間する。この結果、(11)式は、

$$\left[\begin{array}{cc} \mathbf{m}_{uu} & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{r}}_n' \mathbf{m}_{uu} \bar{\mathbf{r}}_n \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \ddot{\bar{\mathbf{U}}}_n \\ \ddot{\theta} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc} \mathbf{k}_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \bar{\mathbf{U}}_n \\ \theta \end{array} \right] \\ = \left[\begin{array}{c} \hat{\mathbf{f}}_n + \mathbf{m}_{uu} \bar{\mathbf{r}}_n \dot{\theta}^2 \\ \bar{\mathbf{r}}_n' (\tilde{\mathbf{I}}_2 \hat{\mathbf{f}}_n - 2 \mathbf{m}_{uu} \dot{\bar{\mathbf{u}}}_n \dot{\theta}) \end{array} \right]$$

$$\bar{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{R}} + \bar{\mathbf{u}} \quad \bar{\mathbf{U}} \approx N \bar{\mathbf{U}}_n \quad \bar{\mathbf{u}} \approx N \bar{\mathbf{u}}_n \quad \bar{\mathbf{r}} \approx N \bar{\mathbf{r}}_n \quad (12) \\ \mathbf{k}_{uu} = \sum_e \int_{V_e} N' \bar{\mathbf{L}} \mathbf{D} \mathbf{L} N dV \quad \mathbf{m}_{uu} = \sum_e \int_{V_e} N' \rho N dV$$

と離散化表現される。ここに、 $\bar{\mathbf{r}}_n$ は移動回転座標系における節点位置ベクトルである。また、 $\mathbf{m}_{uu}$ と $\mathbf{k}_{uu}$ は、線形弾性問題の質量・剛性行列に一致し、回転自由度に関する質量の寄与 $\bar{\mathbf{r}}_n' \mathbf{m}_{uu} \bar{\mathbf{r}}_n$ は重心位置周りの構造物全体の回転慣性となっている。上式は未だ非線形方程式となっており並進変位と剛体回転角が右辺で連成している。右辺第1行の第2項は構造物の回転に伴う遠心力であり、第2行第2項はコリオリの力に対応している。これらの剛体回転に伴う付加的な力が系の非線形性に関与していることが分かる。今、微小項であるコリオリ力を無視すると、第2式は非連成化され、剛体回転に関する1自由度の非線形方程式が得られる。

$$\bar{\mathbf{r}}_n' \mathbf{m}_{uu} \bar{\mathbf{r}}_n \ddot{\theta} = \bar{\mathbf{r}}_n' \tilde{\mathbf{I}} \hat{\mathbf{f}}_n = \bar{\mathbf{r}}_n' \left[\begin{array}{ccc} \tilde{\mathbf{I}}_2 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots \tilde{\mathbf{I}}_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{A}(\theta) \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots \mathbf{A}(\theta) \end{array} \right] \mathbf{f}_n \quad (13)$$

上式の回転行列 $\mathbf{A}(\theta)$ をテーラー展開し1次の微小項まで考慮すると、増分形式の方程式は、

$$\bar{\mathbf{r}}_n' \mathbf{m}_{uu} \bar{\mathbf{r}}_n \Delta \theta^{(k)} + \bar{\mathbf{r}}_n' \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{A}'(\theta) \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots \mathbf{A}'(\theta) \end{array} \right] {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_n \Delta \theta^{(k)} \\ = \bar{\mathbf{r}}_n' \left[\begin{array}{ccc} \tilde{\mathbf{I}}_2 \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots \tilde{\mathbf{I}}_2 \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{A}({}^{t+\Delta t} \theta^{(k-1)}) \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots \mathbf{A}({}^{t+\Delta t} \theta^{(k-1)}) \end{array} \right] {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_n \\ - \bar{\mathbf{r}}_n' \mathbf{m}_{uu} \bar{\mathbf{r}}_n {}^{t+\Delta t} \ddot{\theta}^{(k-1)} \quad (14)$$

と誘導できる。ここに、諸量の左上添字は値を評価する時間を示している。(14)式を反復計算することにより剛体回転角を求めることができる。この結果を利用して、(12)式第1式の右辺を計算することにより回転座標系における並進変位成分を求めることができる。即ち、

$$\mathbf{m}_{uu} {}^{t+\Delta t} \ddot{\bar{\mathbf{U}}}_n + \mathbf{k}_{uu} {}^{t+\Delta t} \bar{\mathbf{U}}_n = \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{A}'(\theta) \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots \mathbf{A}'(\theta) \end{array} \right] {}^{t+\Delta t} \mathbf{f}_n + \mathbf{m}_{uu} \bar{\mathbf{r}}_n {}^{t+\Delta t} \dot{\theta}^2 \quad (15)$$

を用いて線形計算による解析が可能となる。したがって、解析に先立って(14)式により剛体回転角を求め、これに基づいて剛体回転に伴う外力の補正を行い、最後に通

常の線形振動解析と同様な方法で回転座標系の変位を求めるという手続きとなる。なお、固定座標系における変位成分は回転座標系の変位に回転行列を考慮することによって誘導することができる。また、弾性変位成分は(15)式右辺に射影行列¹⁾を考慮することにより評価できる。

$$\begin{aligned} & \mathbf{m}_{uu} \ddot{\mathbf{U}}_n + \mathbf{k}_{uu} \dot{\mathbf{U}}_n \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{m}_{uu} \Phi_R \Phi_R^T) \left(\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T(\theta) \dots 0 \\ \vdots \ddots \vdots \\ 0 \dots \mathbf{A}^T(\theta) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{f}}_n + \mathbf{m}_{uu} \ddot{\mathbf{r}}_n \dot{\theta}^2 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

のように弾性変位を直接誘導することができる。上式右辺では、外力の中から剛体並進変位を励起する成分を射影行列によって除去し、弾性変位のみを励起する外力に変換している。この操作をしないと、剛体変位を励起する外力が作用した場合、並進変位に占める剛体変位成分が支配的となって、弾性変位が数値誤差に隠れてしまい、設計時に重要となる応力や歪みを適切に評価することができなくなる。(16)式中、 Φ_R は前報¹⁾に示したように並進と回転の剛体モードを含むモード行列である。なお、剛体回転速度が微小であると仮定できる場合には、遠心力の項を無視した解析が可能となる。

3. 本解析法の適用性の検討と解析例

本解析法が剛体回転運動を適切に表すことができるかを調べるために、図2に示す単純な浮遊構造物を対象に剛体回転を励起する加振を行い、更新ラグランジェ法で逐次非線形計算を行った結果と比較する。ここでは、2つの部材とジョイントからなる浮遊構造物を想定し、両端にインパルス偶力が作用する問題を考える。構造部材は径50mm、長さ5m、単位体積重量2.69t/m³、ヤング係数0.7×10⁷t/m²、ポアソン比0.345のアルミ製の円形断面の直線部材を想定し、ジョイント部の重量は5.28×10²t、インパルス外力は継続時間0.02sの50tの三角パルスとして与えた。図中には参考のために通常の線形解析により求めた結果も合わせて示す。(a)図に示すように、線形解析では基本的に剛体回転運動を表すことができない

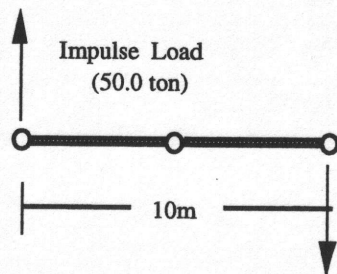
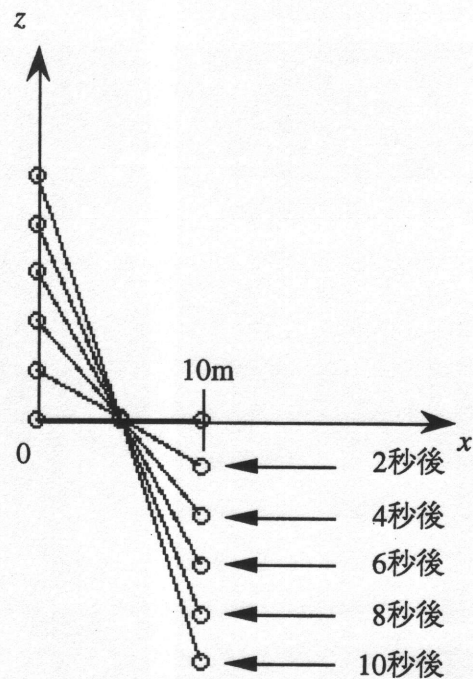
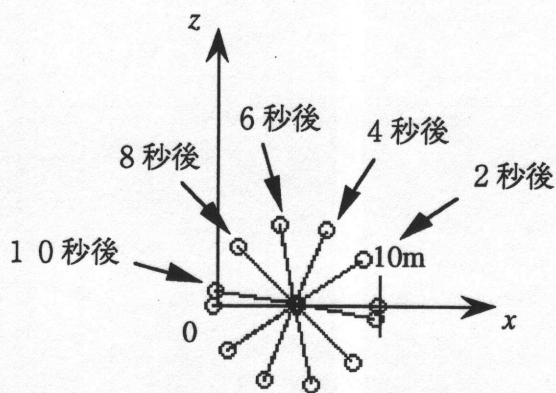


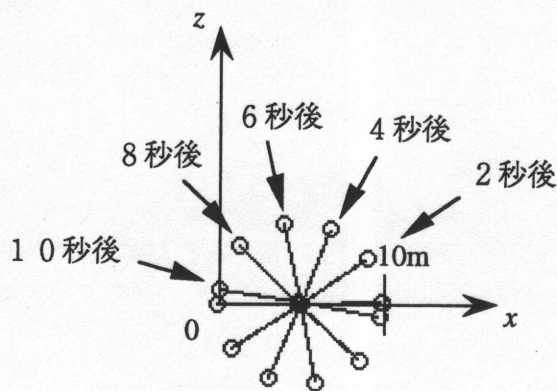
図2 剛体回転検証用モデル



(a) 線形解析結果



(b) 更新ラグランジェ法による結果



(c) 本解析法による結果

図3 解析手法による剛体回転の比較

いが、本解析法(c)は幾何学的非線形解析を行った更新ラグランジェ法による結果(b)とよい対応を示しており剛体回転運動を十分に表現できていることが理解できる。

つぎに、本解析法の適用限界を調べる一貫として、図4に示すモデルを用いて本解析法と更新ラグランジェ法の結果を比較する。ここでは、部材の断面二次モーメントをパラメータとして、部材の弾性変形量(たわみ)が本解析法の適用性に与える影響を検討する。解析に用いた構造部材とジョイントの諸元は断面二次モーメントを除くと図2で用いたものと同一である。ここでは、円形密実材の断面二次モーメント(ケースb)を基本に、その1/10倍(ケースc)と10倍(ケースa)の断面二次モーメントを想定した。図5に各条件に対する構造物応答を時間帯域ごとに示す。また、図6に構造物端部の応答軌跡を示す。図から明らかなように、本解析法はケースaやケースbでは更新ラグランジェ法による結果とよい対応を

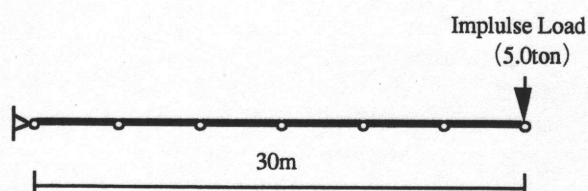
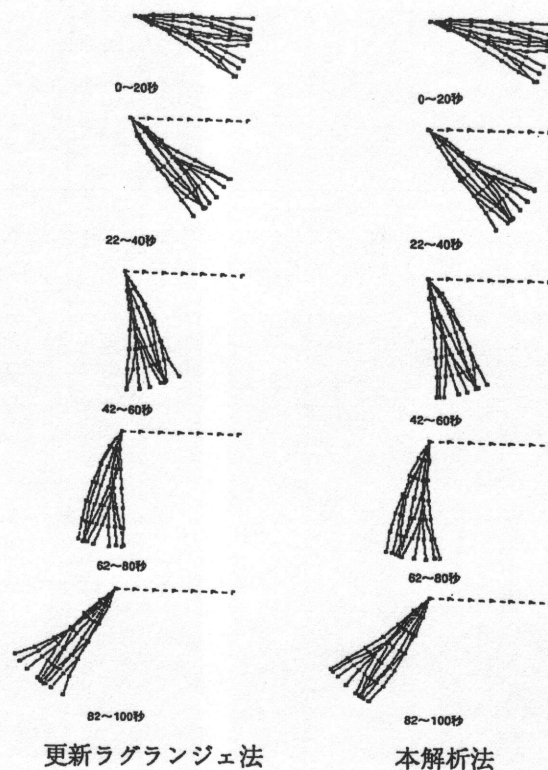
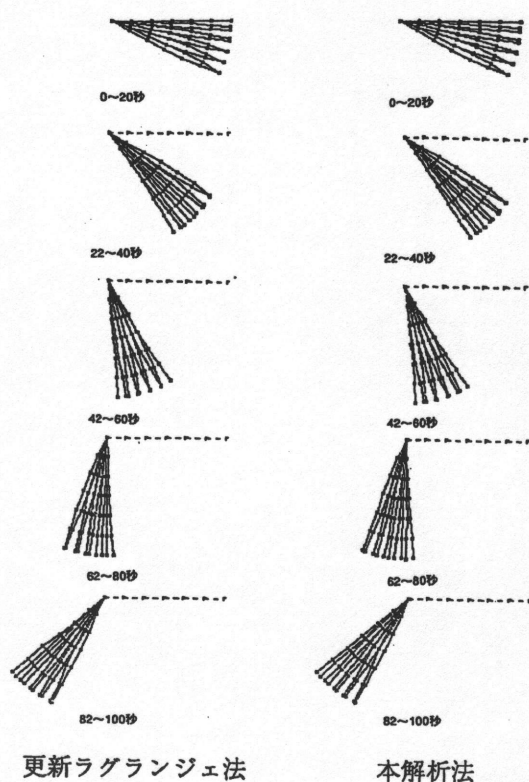


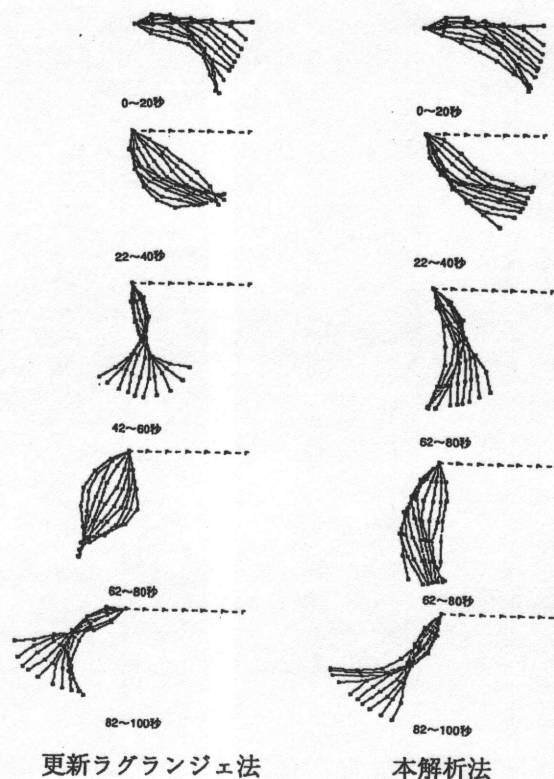
図4 解析モデル



(b) $I = 3.068 \times 10^{-7} \text{m}^4$

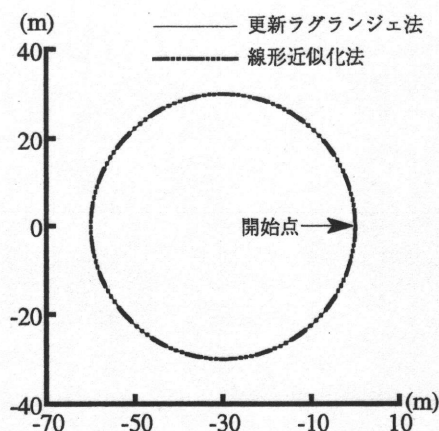


(a) $I = 3.068 \times 10^{-6} \text{m}^4$

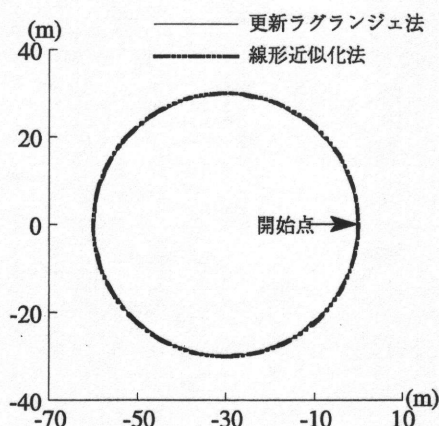


(c) $I = 3.068 \times 10^{-8} \text{m}^4$

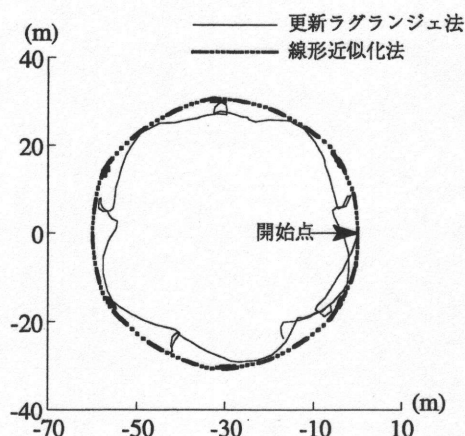
図5 部材剛性による解析法の適用性



(a) $I = 3.068 \times 10^{-6} \text{ m}^4$



(b) $I = 3.068 \times 10^{-7} \text{ m}^4$



(c) $I = 3.068 \times 10^{-8} \text{ m}^4$

図6 構造物端部の応答軌跡

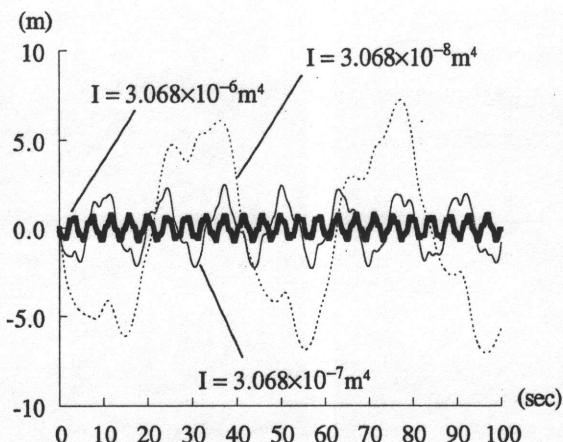


図7 弾性変位応答

示している。しかし、ケースcのように構造部材のたわみ
 が大きい場合には更新ラグランジェ法との差異が顕著と
 なる。図6から分かるように、ケースcでは部材のたわみ
 による部材方向の変位が生じ、構造物端部の軌跡が円形
 から大きく歪んでいる。この歪みによって構造物全体の
 回転慣性抵抗が減少し、回転速度が増加することが本解
 析法との差異の原因となる。このことは、本解析法が微
 小変形を仮定していることの限界であり、大たわみを考
 慮すべき問題への適用は難しいことを示している。

最後に、射影行列を利用して(16)式により評価した弾性
 変位応答を図7に示す。図のように、部材の断面二次
 モーメントの減少と共に弾性変位の固有周期が伸びてお
 り、妥当な結果を与えている。

以上の結果、剛体回転が存在する問題でも、構造物の
 設計に必要な部材応力を弾性変位から直接求めること
 が可能であることが分かる。なお、本法では、剛体回
 転自由度のみについて非線形解析を行い、他の自由度に
 関しては線形解析を行うので、モード縮合などによる解
 析自由度低減のための数値技法を活用することができる。

4. まとめ

本報では大型宇宙構造物に代表される剛体運動を内在す
 る浮遊構造物の解析方法として、有限な剛体回転変位を考
 慮した弾性変位直接評価のための近似線形解析方法を提示
 した。ここでは、移動回転座標の導入と微小項の無視によ
 り、非線形方程式を剛体回転自由度に関する1自由度方
 程式と、並進変位を含む他の自由度に関する線形方程式に
 分離する方法を示した。この線形方程式に射影行列法を適
 用することにより直接弾性変位を誘導することができる。本
 解析法では剛体回転角の算出のみに非線形解析を適用し、

他の自由度に関する方程式は基本的に線形振動解析を行うので、数値解析上非常に効率が高くなる。ただし、解析の仮定上、微小変形を仮定しているので、大たわみを生じる問題に関しては適用が難しいことが解析例を通して示された。すなわち、フリーダムに代表される梁状トラス構造物などの剛性の比較的高い宇宙構造物に関しては十分に有効な解析法であると判断されるが、規模がkmオーダーとなる太陽発電衛星のように膜的な構造物の場合には試算段階での利用に留めることが望ましい。

参考文献

- 1) 福和伸夫, 勝倉裕, 中井正一, 半谷裕彦 : 弾性振動に着目した宇宙構造物の線形振動解析方法に関する研究—射影行列の利用による直接時間解析と周波数解析への適用—, 日本建築学会構造系論文報告集, 第427号, pp.79-86, 1991
- 2) 福和伸夫, 森田敦, 勝倉裕 : 因果時間関数のフーリエ変換の性質を利用した宇宙構造物の周波数応答解析法, 弾性振動に着目した宇宙構造物の線形振動解析方法に関する研究(その2), 構造工学論文集, Vol. 40B, pp.113-120, 1994
- 3) 吉田裕 : 有限要素法による幾何学的非線形構造解析法の現状と課題, 土木学会論文集, 第374号, pp.25-37, 1986
- 4) A.A. Shabana : Dynamics of Multibody Systems, Wiley, 1989
- 5) 福和伸夫, 森田敦 : 剛体回転を考慮した柔軟浮遊構造物の振動解析法に関する研究, 日本建築学会東海支部研究報告集, pp.137-140, 1993
- 6) 森田敦, 福和伸夫, 中川大 : 剛体回転を考慮した構造物の振動解析方法に関する研究 その1 回転行列を利用した線形近似法の定式化 その2 更新ラグランジェ法と線形近似化法との解析結果の比較, 日本建築学会学術講演梗概集構造I, pp.387-390, 1993