

部分法を活用した動的線形有限要素解析のオブジェクト指向設計と実装

AN OBJECT ORIENTED DESIGN AND IMPLEMENTATION OF
DYNAMIC LINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS USING SUBSTRUCTURE METHOD

石田 栄介* 新美 勝之** 福和 伸夫*** 中井正一****
Eisuke ISHIDA Katsuyuki NIIMI Nobuo FUKUWA Shoichi NAKAI

In this paper, dynamic linear finite element analysis system using substructure method is developed using object oriented approach. At first, the equation of motion on dynamic structural problem is analyzed by comparing with the equation of equilibrium on static structural problem. The concept between time domain and frequency domain is analyzed in order to take into account of time varying quantities. Then the knowledge for constructing the practical dynamic linear structure analysis system is arranged with considering three typical analysis method: direct time integration method, mode superposition method and frequency response method. Finally, substructure is designed, and the analysis system is extended for dynamic linear problem using substructures.

Keywords : object modeling technique, dynamic finite element method, substructure method, C++
オブジェクトモデル化技術, 動的有限要素法, 部分法, C++

1. はじめに

近年、オブジェクト指向技術の有用性が各計算機利用分野で認識されてきており、構造工学分野への適用も進みつつある¹⁾。オブジェクト指向は、実現象における概念や知識に対応する「オブジェクト」を単位とするシステム構築パラダイムであり、問題に対する概念整理からそれらに基づくシステム構築までの一貫性を向上させる方法論として注目されている。一方、有限要素法を中心とする構造解析は、計算機の高速化に伴い、より実現象に近い大規模で複雑なモデルの解析が可能になってきた。それに伴い、構造解析システムにも種々の解析手法が要求されるようになり、それらを組み合わせて利用することができる新たな枠組みが求められるようになってきている。それに対し、新たな研究成果である解析手法は、通常、各研究者が研究開発用システムを構築した上で、そのシステム上に実現されている場合が多く、従来は、FORTRANでの記述がほとんどである。これらの中

には、非常に有益であり、概念上は組み合わせる利用できるはずであるにも関わらず、システムが複雑になってしまうために既往の資産を融合させて利用することが困難になってしまう場合も少なくない。

そういった背景の中、著者らは、種々の解析手法を組み合わせて利用できる大規模で柔軟な構造解析システムの構築を目標として、有限要素法を中心とする構造解析問題に関するオブジェクト指向アプローチの適用を試みてきた。その中で文献¹⁾では、OMT法¹⁰⁾を用いて静的線形問題を対象とした有限要素法のオブジェクト構成および解析プロセスのオブジェクト指向分析を行い、静的線形有限要素構造解析システムの構築を行った。本論では、オブジェクト指向開発サイクルの次段階として、部分法を活用した有限要素法動的線形問題に関する分析/設計を行い、部分構造として各種解析手法を組み込むことのできる、柔軟な動的有限要素構造解析システムへの拡張を行う。

本報の一部は、文献1)～4)に既に発表している。

- * 名古屋大学工学部建築学科 大学院生・工修
- ** 清水建設 和泉研究室 研究員・工修
- *** 名古屋大学工学部建築学科 助教授・工博
- **** 清水建設 和泉研究室 主任研究員・工博

- Dept. of Architecture, Faculty of Eng., Nagoya Univ., Graduate Student
- Izumi Research Institute, Shimizu Corporation, Res. Eng. MS.Eng.
- Dept. of Architecture, Faculty of Eng., Nagoya Univ., Assoc. Prof., Dr. Eng.
- Izumi Research Institute, Shimizu Corporation, Senior Res. Eng. Dr.Eng.

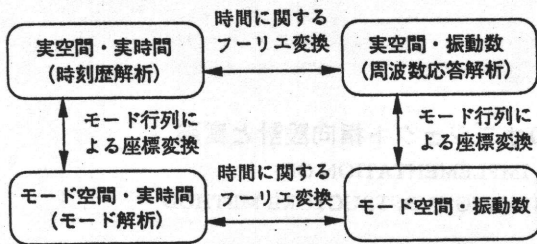


図-2.3 動的線形問題における知識整理

時間の変換行為に他ならない。それらに関する知識整理を図-2.3に示す。

動的線形問題の代表的構造解析手法には、大きく分けて、時刻歴解析、モード解析、周波数応答解析の3つがあるが、これらは、いずれも式(2)の基本式に対し、図-2.3の各変換関係に従って定式、離散化した解法となっている。ここでは、これら3つの代表的解析手法を整理することにより、動的問題における空間および解析領域の変換関係の分析を行う。

時刻歴解析

実空間において時刻歴解析を行う場合、直接時間積分法が用いられる。直接時間積分法は、初期条件として変位と速度を考え、諸量の時間変化を仮定することにより逐次的に変位、速度、加速度を求めていく方法である。時間を等間隔に離散化した場合を考えると式(3)のように変形できる。

$$M \ddot{u}(j\Delta t) + C \dot{u}(j\Delta t) + K u(j\Delta t) = f(j\Delta t) \quad \dots (3)$$

ここで、 Δt : 時間刻み、 j : ステップ($j=0,1,\dots$)である。時刻歴解析では、1~2ステップ前の結果を参照し順次計算していくプロセスを踏むが、未知量計算に逆演算などの複雑な操作を含むかどうかにより、陽解法と陰解法に分けられる。図-3.1に陰解法による線形時刻歴解析の流れの一例を示す。ここで、 $f(t)$ などの表現は、 $t=j\Delta t$ として、時間ステップ j ごとに離散値を持つことを示している。連立方程式の左辺係数行列 K^* は、線形問題では、時間ステップごとに変化しないので、LDL分解などで予め分解しておくことができる。

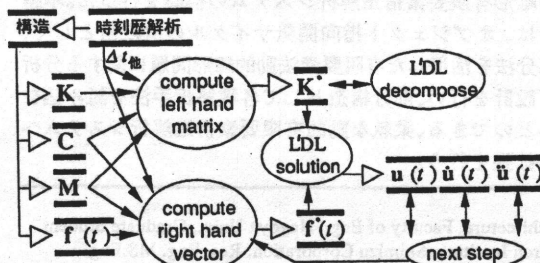


図-3.1 時刻歴解析のプロセスの例

この解析手法では、材料非線形問題や幾何非線形問題など、構造物の非線形性を考慮できるが、振動数に依存する特性や減衰の表現に難がある。

モード解析

剛性行列 K と質量行列 M の固有値解析を行い、 M を介して正規直交化した固有モード Φ により式(4)に示す座標変換を行い、基本式(2)を式(5)のように変換することにより、モード空間における時刻歴解析を行うことが可能となる。

$$u(t) = \Phi \ddot{u}(t) \quad \dots (4)$$

$$M^* \ddot{u}(t) + C^* \dot{u}(t) + K^* u(t) = f(t) \quad \dots (5)$$

ここで、 M^* : 一般化質量、 K^* : 一般化剛性、 C^* : 一般化減衰、 $u^*(t)$: 一般化変位、 $f(t)$: 一般化外力である。 M^* 、 K^* については、以下のように対角化され、また、比例減衰を仮定した場合、 C^* も対角化される。

$$M^* = \Phi^T M \Phi = I \quad C^* = \Phi^T C \Phi = \begin{bmatrix} 2h_1\omega_1 & & \\ & \ddots & \\ & & 2h_n\omega_n \end{bmatrix} \quad K^* = \Phi^T K \Phi = \Omega^2$$

ここで、 Ω^2 : 各固有円振動数の2乗を対角項に持つ対角行列である。従って、式(5)は非連成の問題となり、対象としたいモードのみ解析することが可能となる。また、1自由度系の厳密な時間積分法であるNigam法を用いた解析が可能となる。減衰行列として非比例減衰を用いた場合、減衰行列は対角化されないで、その場合には複素固有値解析が必要となる。図-3.2にモード解析の基本的な流れを示す。

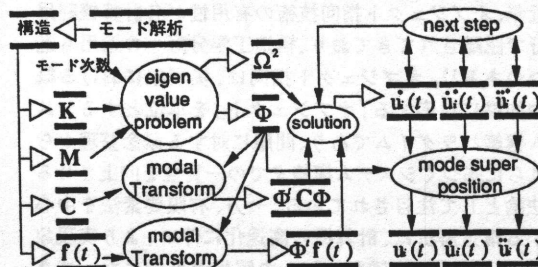


図-3.2 モード合成法のプロセスの例

周波数応答解析

周波数応答解析では、基本式(2)をFourier変換することにより次式を得る。

$$(-\omega^2 M + i\omega C + K)u(\omega) = f(\omega) \quad \dots (6)$$

ここで、 $f(\omega)$ 等の表現は、各振動数成分ごとに値を持っていることを示している。式(7)に示すような動的剛

$$S(\omega) = -\omega^2 M + i\omega C + K \quad \dots (7)$$

$$S(\omega)u(\omega) = f(\omega) \quad \dots (8)$$

具体的には、まず、静的線形問題との比較を交え、動的線形問題の基本支配式に関する分析を行う。これにより、慣性力項、減衰力項など、基本式に関する静的線形問題からの拡張を考える。次に、動的線形問題の本質的な特徴である、時間と振動数、物理空間とモード空間の間の関係についての分析を行った上で、実際の動的線形構造解析システムを構築するための基本的知識として、時刻歴解析、モード解析、周波数応答解析など、動的線形問題の代表的解析手法に関する知識整理を行う。また、それに伴い、解析手法ごとの減衰の取り扱いについても検討する。それらの分析結果を踏まえた上で静的線形問題分析時に設計した構造物のオブジェクト構成を見直し、修正を加えていく。ここで、種々の解析手法を行う単位として部分構造クラスを設計し、構造解析システムの中での部分構造の位置づけを明確にする。それとともに、各種解析手法を部分構造ごとに設計して行き、それらを組み合わせた解析手法を実現するための枠組みを構築する。また、サンプルプログラムの実行を通して、本システムの有用性を検討し、オブジェクト指向アプローチの妥当性についての考察を行う。

2. 運動方程式と各係数行列に関する分析

静的線形問題における支配式が式(1)に示すような線形釣合方程式で表現されるのに対し、動的線形問題における基本支配式は一般に「運動方程式」により表現できる。速度に関する減衰力が生じる場合、有限要素法により定式化された運動方程式は、通常、式(2)に示すような表現となる。

$$K u = f \quad \dots (1)$$

$$M \ddot{u}(t) + C \dot{u}(t) + K u(t) = f(t) \quad \dots (2)$$

ここで、 M : 質量行列、 C : 減衰行列、 K : 剛性行列、 u : 変位ベクトル、 f : 外力ベクトル、 t : 時間であり、 (t) は時間の関数であることを示し、 $\dot{}$ は時間に関する微分である。

式(1)は、通常、対称行列による線形代数方程式となるので、計算機における演算効率も考えて、図-2.1のプロセスで解くことがよく行われる。それに対し式(2)は、外力、変位が時間の関数となり、連立常微分方程式となっている。物理的には、静的線形問題で考慮されなかった慣性力や減衰力を考慮する必要があることにな

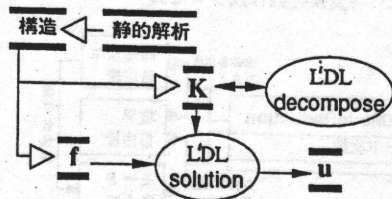


図-2.1 静的線形問題の求解プロセス

る。慣性力は、構造物の質量分布に応じて変位の二階微分である加速度により生じるものである。減衰力については、いろいろな要因が考えられるので一概にはいえないが、速度歪みによって生じる減衰など、速度に掛かる係数として工学的に与える場合が多い。

以上のことを考慮して、図-2.2のような分析を行った。この図は、式(2)の運動方程式における変位、速度、加速度に対して、復元力、減衰力、慣性力が線形であるという前提を基に、未知数とその係数の分離を行ったことを示している。

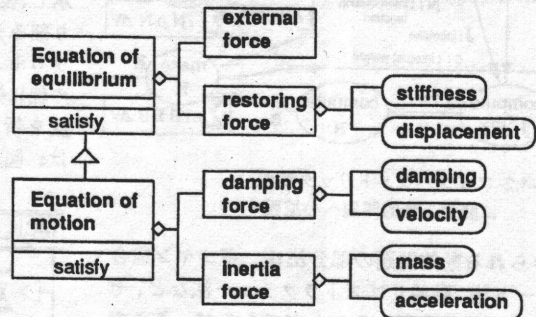


図-2.2 釣合方程式から運動方程式への拡張

静的問題分析時の釣合方程式が、変位と係数(剛性)からなる復元力と外力により構成されていることを考えると、動的問題における運動方程式は、釣合方程式からの物理構成的拡張と行うことができる。

非線形問題や複雑な減衰性状を示す構造物では、必ずしも図-2.2に対応する訳ではないが、より具体的なクラス的设计時にこれらのモデルを積極的に利用することができる。例えば、材料非線形問題においては、1ステップごとの変位を求めるための接線剛性作成時にこのモデルを利用し、変位から内部節点力を計算するメソッドを追加することにより実装できる³⁾。一方、減衰力は解析手法によって工学的に算定されることが多く、必ずしも速度項のみと関係する訳ではないが、ここでいう減衰行列 C は、むしろ「速度に関する係数」として位置づける。もともと、図-2.2の各オブジェクトは、すべてFObject(後述、図-4.1)の内部情報となるので、変位に関する減衰は変位の係数である剛性行列に振り分けるなど、各FObjectごとに必要に応じて設定が可能である。また、各解析手法における減衰行列の評価に関しては、後述の解析手法の分析の際に触れることとする。

3. 動的線形解析手法の分析

動的線形問題では、構造物の性状をよりの確に把握するために、固有モードにより変換されたモード座標における応答解析や、Fourier変換された場での各周波数ごとの応答解析を行う場合がある。それらは、構造物に関する分析を行いやすくするための、空間座標や

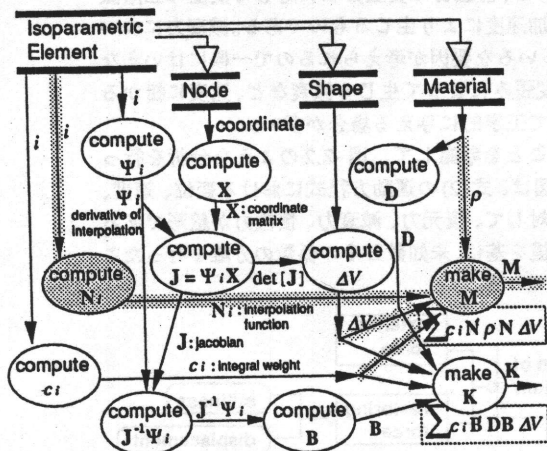


図 4.2 アイソパラメトリック要素に関する動的問題への拡張

よく用いられる動的問題の部分法は、ギューン縮合法、部分モード法、動的サブストラクチャー法など、その縮合方法によって分類することができるが、ここでは、クラス構造を図 4.3 に示すように分類する。即ち、縮合により作成された縮約行列が M, C, K のそれぞれの行列として扱うことができるか、振動数 ω ごとに M, C, K を合成して $S(\omega)$ としての扱いを受ける行列になっているかの違いである。これらは、 $-\omega^2 M + i\omega C + K$ から $S(\omega)$ を計算したり、Times 置換により $S(\omega)$ から M, C, K を評価するなど、互いに変換可能ではあるが、解析方法を隠蔽してまでの内部変換は解析妥当性の観点から危険であると判断し、解析方法に忠実な構造特性の表現を可能とするためのインターフェイスをそれぞれ用意することとした。

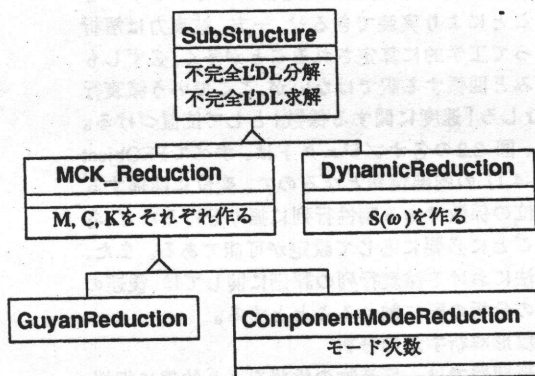


図 4.3 動的部分構造の分類

MCK それぞれの縮合

ギューン縮合法や部分モード法では、部分構造内部で全体変位ベクトルと縮合変位ベクトルの間の変換関係を

変換行列 T で表現し、運動方程式の各項係数行列を変換行列によってそれぞれ合同変換する。式 (4) において u を全体変位ベクトル、 u^* を縮合変位ベクトル、 Φ を変換行列 T と置き換えれば、変換手法は、モード解析の時と同じである。変換された係数行列は、全体構造から見れば、要素における M, C, K と同様の扱いができる。図 4.4 に変換行列による縮合プロセスを示す。この中で、変換行列作成プロセスは仮想プロセスになっている。ギューン縮合や部分モード縮合は、このクラスを継承し、変換行列作成プロセスを実際に定義することにより組み込まれる。図 4.5 に、各部分構造の変換行列作成プロセスの例を示す。また、モード縮合では、境界節点の他に採用モード次数の数だけ節点方向成分以外の自由度を新たに設ける必要があるが、それらに関する実現は、図 4.6 のようになる。

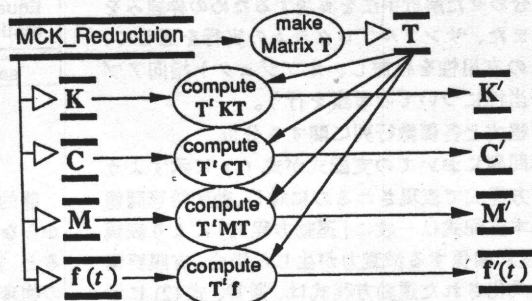


図 4.4 変換行列による縮合プロセス

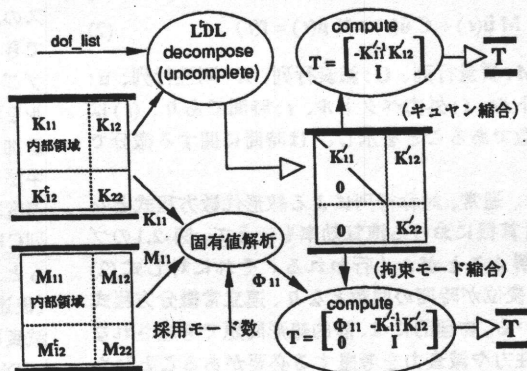


図 4.5 各変換行列作成プロセス

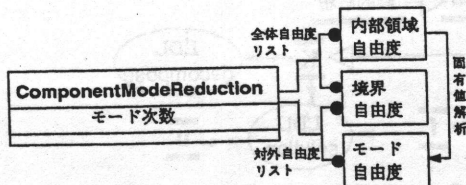


図 4.6 モード次数による自由度の扱い

性 $S(\omega)$ を定義することにより、式(8)のように各振動数について式(1)の静的問題と同じ扱いが可能となる。

また、複素減衰の場合、動的剛性 $S(\omega)$ は式(9)のようになり、振動数に関わらず一定となるような材料減衰等を表現することができる。

$$S(\omega) = -\omega^2 M + \sum_k (1 + 2\eta_k i) k_k \quad \dots (9)$$

図-3.3に周波数応答解析の基本的プロセスを示す。外力が時刻歴波形の場合は、前もってフーリエ変換 (FT) しておくことが必要であり、解析結果を時刻歴波形に戻す場合には逆フーリエ変換 (IFT) を行う。

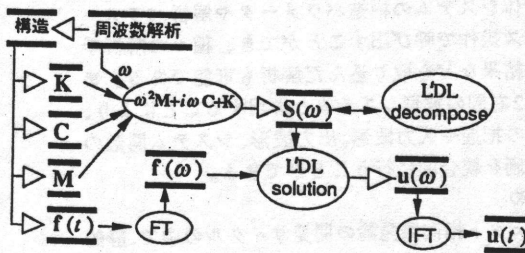


図-3.3 周波数応答解析の基本プロセス

減衰行列に関する分析

剛性行列、質量行列は有限要素ごとに算定され、それらを集積して全体行列とする場合がほとんどであるが、これに対して、減衰行列の作成には、様々な手法が存在し、動的問題の複雑さの一因としている。

よく行われる減衰行列作成法に関する分類を図-3.4に示すが、本論のアプローチのように、構造物の物理構成に着目した分析を行った場合、減衰行列作成法のもつ

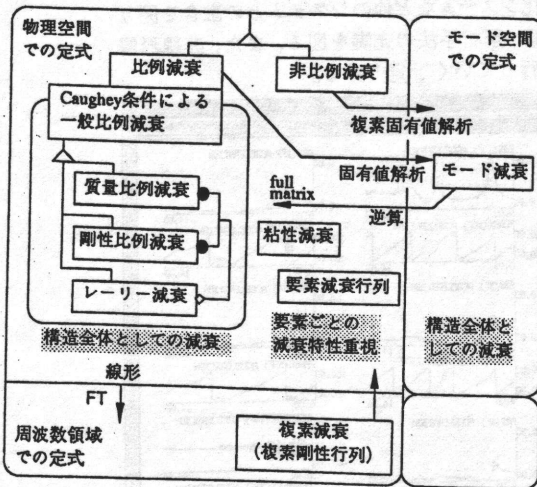


図-3.4 減衰行列作成法の分類

とも大きな分かれ目は、要素ごとに算定して組み上げるか、全体として集積された剛性および質量を使った算定を行うかの違いである。一方で、構造性状または部材性状として振動数ごとに適切な評価をするべき減衰も多く、それらは、周波数領域での算定が好ましい。よって、それらを柔軟に取り扱い組み込んでいくためには、オブジェクト指向アプローチにより、種々の減衰行列作成法を選択利用していくことのできる枠組みの構築を行い、これらの解析手法と関わりの深い減衰行列の評価法は、部分構造の単位で考慮できるような部分構造クラスを設計する必要がある。

4. 動的線形問題における部分構造クラスの分析

ここで、解析手法や減衰評価のための分割単位となる部分構造クラスの設計を行う。まず、動的問題におけるオブジェクト構成図を図-4.1に示す。構造 (Structure)、要素 (Element)、節点 (Node)、形状 (Shape)、物性 (Material)、など問題を構成するオブジェクト間の相互関係は、開発サイクルの相違による若干の変更点はあるものの、基本的には文献¹⁾の静的問題における分析と全く同じである。これは、空間的な構成のみに着目した分析であるため、時間および振動数といった動的な特性および解析手法に依存することなくシステム構築を行っていることを示している。

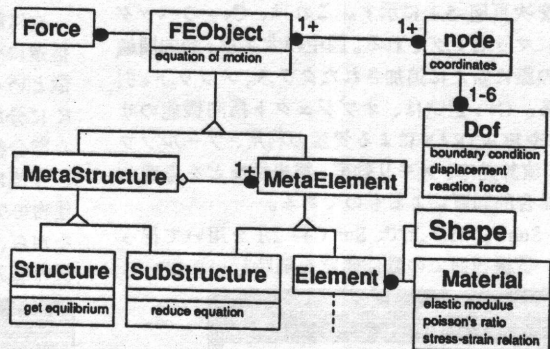


図-4.1 動的問題におけるオブジェクト構成図

具体的な解析手法は、これらのクラスを継承して設計して行くが、既に静的問題クラスに関する設計・実装が済んでいる場合には、必要に応じて、質量、減衰などの動的問題概念に関する拡張設計を行い、それらを静的問題クラスに追加していくことにより容易に実現できる。例えば、静的問題の段階で設計されたアイソパラメトリック要素¹⁾は、動的問題において図-4.2に示すように拡張設計される。ここでは、質量行列作成プロセスと内挿関数作成プロセス (図中網掛け) を追加するだけで、動的問題用のアイソパラメトリック要素の要素行列プロセスを構築することができている。

動的縮合手法

動的縮合法は、対象振動数範囲のそれぞれの振動数における動的剛性に対して縮合を行うので、それぞれの振動数に関して $S(\omega)$ を作った後は、静的剛性の場合と全く同じ扱いをすることができる。Times 置換や合成積を利用すれば、この手法で得られた部分行列を時刻歴解析で利用することもできる。図-4.7に動的縮合のプロセスを示す。

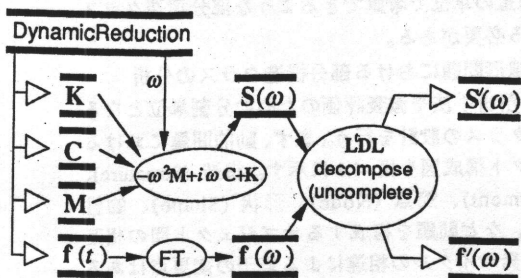


図-4.7 動的部分構造クラスの分類

5. 有限要素構造解析プログラムの実装

これまで述べてきた分析/設計をもとに、オブジェクト指向言語C++¹²⁾を用いて、動的有限要素構造解析システムへの拡張を行った。実装に至る詳細なオブジェクトモデルを次頁図-5.1に示す。これは、C++のヘッダファイルにマッピングされる。図中の太字は、動的問題への拡張の際に新たに追加されたクラス、メソッド、引数等である。C++選定は、オブジェクト指向機能のサポート、CやFORTRANによる資産の利用、ツールソフトの利用、演算効率、メモリ効率、将来性を考慮した上での総合的判断によるものである。

開発は、SunOS 4.1.3上で、Sun C++ 2.1を用いて行っているが、多機種間での動作確認を随時行い、ソース

コードの互換性を図っている。また、インタラクティブな解析を行うために、フリーソフトのtcl/tk¹⁶⁾およびXWindow-Library¹⁷⁾を用いて図-5.2に示すような統合的な振動解析支援システムの枠組みを作成した。この解析例では、地盤システムで基礎節点自由度に縮合した地盤ばねを算出し、上部構造システムで地盤ばねを付加した建物の伝達関数を求めている。地盤は2次元四角形平面歪み要素を主体に、上部構造ははり要素を主体に、それぞれ別システムとして周波数応答解析を行っている。このシステムでは、個々の要素、部分システム、全体システムの構造パラメータや解析パラメータをマウス操作で呼び出すことができ、種々の解析手法や実験結果などを取り込んだ解析も可能である。また、図-5.2右図の波形システムと併用することにより、解析経過の把握や入力波形、出力波形、システム関数の分析、評価を統合的に行うことができる。

6. まとめ

オブジェクト指向開発論の開発サイクルの中で、静的線形問題から動的線形問題への拡張を図った。まず、動的問題の分析を行い、時間と振動数、実空間とモード空間の変換関係を整理するとともに、一般的な動的解析手法の各プロセスをまとめた。また、各解析手法に関連の深い減衰行列作成法についても簡単な分析を行った。

次に静的解析時に空間的構成の観点からまとめた部分構造について、本論では、解析結果である縮合行列の特徴という観点からの分析を行った。これにより、M, C, Kに分離された縮合行列も、振動数 ω ごとに算定された縮合行列も本システムに導入することができた。

今後は、波形解析システムや地盤構造推定システム、建物モデル化システムなど他のシステムとの融合を図りながら、要素、解析手法の充実を図る。また、非線形解析の導入も行っていく予定である。

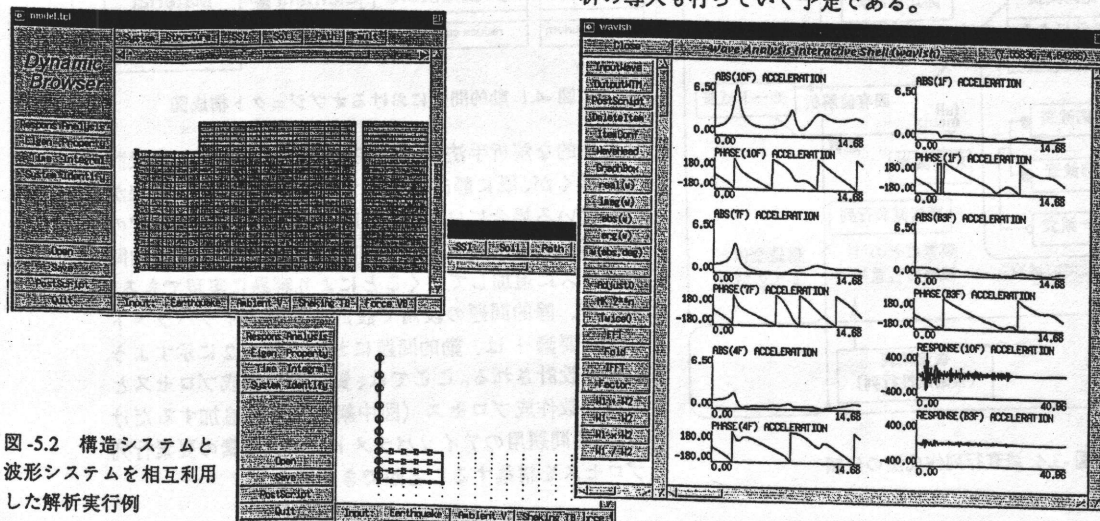


図-5.2 構造システムと波形システムを相互利用した解析実行例

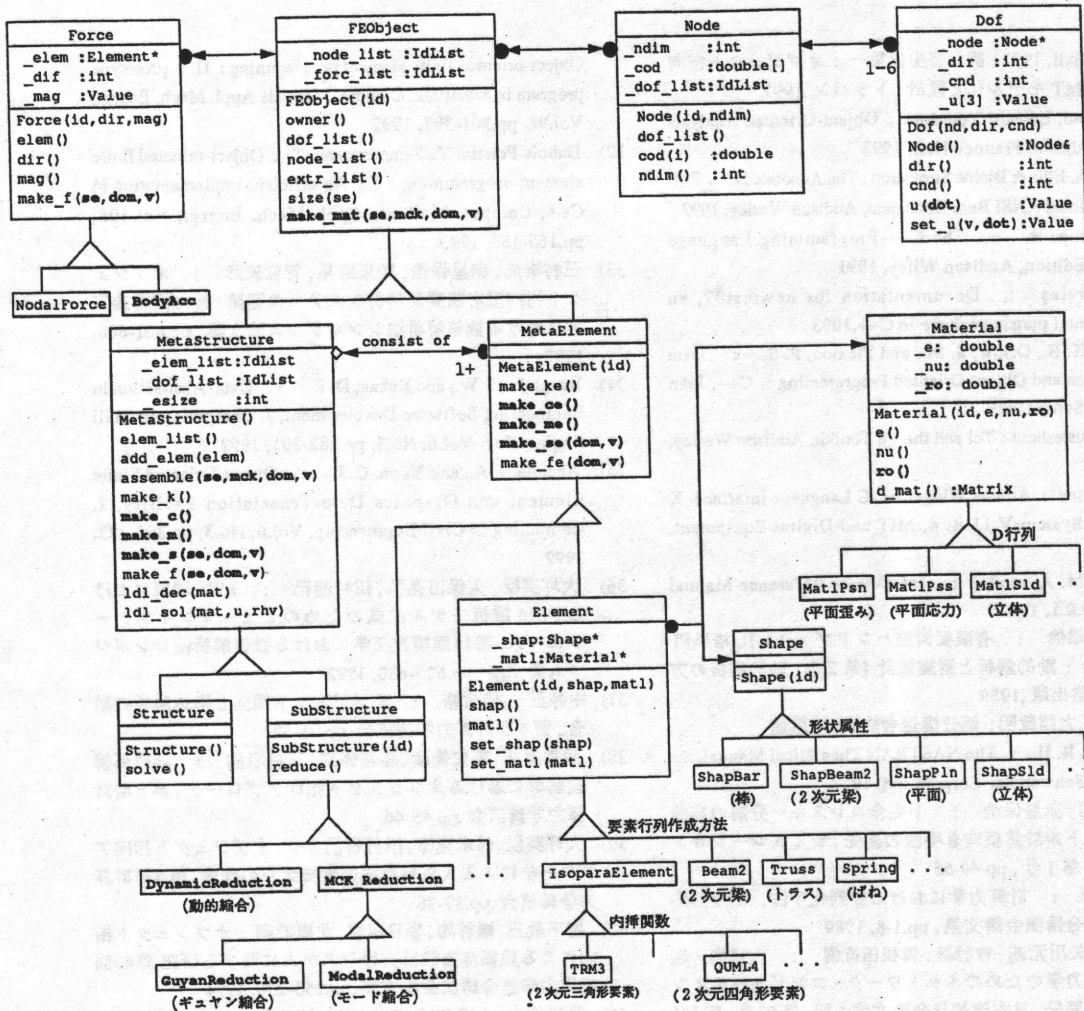


図-5.1 動的有限要素構造解析システムの詳細オブジェクトモデル (現状で実装されているクラス)

謝辞

本論をまとめるに当たり、清水建設和泉研究室の広瀬啓一氏、勝倉裕氏、九州大学の多賀直恒教授に貴重な助言を頂きました。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 石田栄介, 新美勝之, 福和伸夫, 中井正一 : 静的線形有限要素法のオブジェクト指向分析と設計, 建築学会学構造工学論文集, pp.243-251, 1994
- 2) 石田栄介, 新美勝之, 福和伸夫, 中井正一, 多賀直恒 : 部分法を活用した有限要素動的構造解析のオブジェクト指向プログラミング, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第17巻, pp.471-476, 1993
- 3) 新美勝之, 石田栄介, 福和伸夫, 中井正一, 勝倉裕 : オブジェクトモデリング技術による有限要素法構造解析の分析と設計, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第17巻, pp.477-482, 1993
- 4) 石田栄介, 新美勝之, 福和伸夫, 中井正一 : オブジェクト指向による有限要素構造解析に関する研究, 第16回情報・数値・利用・技術シンポジウム論文集, pp.85-90, 1993
- 5) Nakai, S. et al. : A Knowledge-Based Structural Analysis Based on Object-Oriented Approach, Microcomputers in Civil Engineering, No.7, pp.15-28, 1992
- 6) Dahl, O-J, Myrhaug, B. and Nygaard, K. : (Simula 67) Common Base Language, Pub. N. S-22, Norsk Regnesentral (Norwegian Computing Center), 1970
- 7) Goldberg, A. and Robson, D. : Smalltalk-80: The Language and its Implementation, Addison-Wesley, 1983
- 8) Meyer, B. : Object-Oriented Software Construction, Prentice-Hall, 1988
- 9) Booch G. : Object-Oriented Design, Benjamin / Cummings, 1991
- 10) Rumbaugh, J. et al. : Object-Oriented Modeling and Design,

- Prentice Hall, 1991, 訳: 羽生田栄一: オブジェクト指向方法論 OMT モデル化と設計, トッパン, 1992
- 11) Peter Coad, Edward Yourdon. : Object-Oriented Analysis Second Edition, Prentice Hall, 1993
 - 12) Margaret. A. Ellis & Bjarne Stroustrup: The Annotated C++ Reference Manual ANSI Base Document, Addison Wesley, 1992
 - 13) Stroustrup, B. : The C++ Programming Language Second Edition, Addison Wesley, 1991
 - 14) R.B.Davies : Documentation for newmat07, an experimental matrix package in C++, 1993
 - 15) Gorlen, K. E., Orlow, S. M., and Plexico, P. S. : Data Abstraction and Object-Oriented Programming in C++, John Wiley & Sons, 1990
 - 16) John K. Ousterhout: Tcl and the Tk Toolkit, Addison Wesley, 1994
 - 17) C.D. Peterson : Athena WidgetSet -C Language Interface- X Window System V.11 R. 4, MIT and Digital Equipment, 1989
 - 18) Linton, M. A. et al. : InterViews Reference Manual Version 3.0.1, 1991
 - 19) 鷲津久一郎他 : 有限要素法ハンドブック I, II, 培風館
 - 20) 土木学会: 動的解析と耐震設計 [第2巻] 動的解析の方法, 技報堂出版, 1989
 - 21) 長松昭男, 大熊政明: 部分構造合成法, 培風館
 - 22) MacNeal, R. H. : The NASTRAN Theoretical Manual, the Macneal-Schwendler Corporation, 1972
 - 23) 矢川元基, 赤星保浩 : 不完全コレスキー分解の高速化: ベクトル計算機向き手法の開発, シミュレーション, 第8巻, 第1号, pp.49-55
 - 24) 矢川元基 : 計算力学における並列化手法, 第39回応用力学連合講演会論文集, pp.1-8, 1989
 - 25) 吉岡顕, 矢川元基, 吉村忍, 曾根田直樹 : 大規模・超高速計算力学のためのネットワーク・コンピューティング手法の開発, 日本建築学会論文集A編, 第57巻, 第541号, pp.22-30, 1991
 - 26) 三好俊郎, 高野直樹 : 構造解析におけるトラッキング/ステアリングシステムの開発, 第16回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp.607-610, 1992
 - 27) Farhat, C., and Roux, F.-X. : A Method of Finite Element Tearing and Interconnecting and its Parallel Solution Algorithm, Int. J. Num. Methods in Engrg., Vol.32, pp.1205-1227, 1991
 - 28) Forde, B.W.R., Foschi, R.B., and Steimer, S. F. : Object-Oriented finite element Analysis, Comput. & Structures, Vol.34, pp.355-374, 1990
 - 29) 三木光範, 杉山吉彦, 内田雄治 : オブジェクト指向によるトラス構造解析, 日本機械学会論文集A編, 第57巻, 541号, 1991
 - 30) Zimmermann, T., Dubois-Pelerin, Y., and Bomme, P. : Object-oriented finite element programming : I. Governing principles, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.98, pp.291-303, 1992
 - 31) Dubois-Pelerin, Y., Zimmermann, T., and Bomme, P. : Object-oriented finite element programming : II. A prototype program in Smalltalk, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.98, pp.361-397, 1992
 - 32) Dubois-Pelerin, Y., Zimmermann, T. : Object-oriented finite element programming : III. An efficient implementation in C++, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.108, pp.165-183, 1993
 - 33) 三村泰成, 赤星保浩, 関東康祐, 青佐俊彦 : オブジェクト指向型有限要素解析システムの開発, 第16回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp.601-606, 1992
 - 34) Baugh Jr., J. W., and Rehak, D. R. : Data Abstraction in Engineering Software Development, J. Computing in Civil Engineering, Vol.6, No.3, pp.282-301, 1992
 - 35) Abdalla, J. A., and Yoon, C. J. : Object-Oriented Finite Element and Graphics Data-Translation Facility, J. Computing in Civil Engineering, Vol.6, No.3, pp.302-322, 1992
 - 36) 大坪英臣, 久保田晃弘, 川村恭己 : EWS 環境における FEM 解析モデル生成のためのヒューマンインターフェース, 第16回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp.625-630, 1992
 - 37) 中井正一, 勝倉裕 : オブジェクト指向と構造解析の融合, 第6回計算力学講演会, pp.51-52
 - 38) 関東康祐, 青佐俊彦, 赤星保浩, 三村康成 : 非線形構造解析におけるオブジェクト指向アプローチ, 第6回計算力学講演会, pp.45-46
 - 39) 大坪英臣, 鈴木克幸, 川村恭己 : オブジェクト指向アプローチによる大規模有限要素モデルの作成, 第6回計算力学講演会, pp.37-38
 - 40) 岩下敬三, 瀬谷均, 春日康博, 北原武嗣 : オブジェクト指向による建築構造設計支援システムに関する研究, 第43回応用力学連合講演会論文集, pp.253-256, 1994
 - 41) 福和伸夫, 小磯利博, 田中清和, 石田栄介 : オブジェクト指向による構造物地盤系の地震応答問題の分析, 第43回応用力学連合講演会論文集, pp.257-260, 1994
 - 42) 滝田貢 : 部分構造から見たオブジェクト指向構造解析, 第43回応用力学連合講演会論文集, pp.261-264, 1994
 - 43) 深野慶, 板垣勝善, 寺村彰, 安井謙, 鈴木直子, 三橋英二 : 振動総合評価システムの研究開発, 第17回情報・システム・利用・技術シンポジウム, pp.91-96
 - 44) 長松昭男 : モード解析入門, コロナ社