

埋込み剛基礎の動特性に基づく動的擬似 3 次元効果の考察

境界要素法による動的擬似 3 次元効果に関する研究 (その 2)

正 会 員 中 井 正 一*
正 会 員 福 和 伸 夫**

1. はじめに

前報¹⁾において、2 次元場の支配方程式に速度比例型減衰を導入して、地表面剛基礎の擬似 3 次元境界要素解析を行い、2 次元および 3 次元場の解析結果との比較を通して、擬似 3 次元場の動特性を解析的に検討した。

本論では、基礎が埋込まれる場合、隣接して基礎が存在する場合、および成層地盤の最も極端な例として基盤が存在する場合の検討を行い、埋込み効果、基礎間連成効果、成層効果に及ぼす速度比例型減衰の影響を考察する。さらに、線加振時の波動伝播エネルギーを求め、解析次元による波動の逸散性状の差異を検討し、擬似 3 次元解析が面外への波動の逸散を過度に評価する傾向があることを示す。また、速度比例型減衰の効果を 1 次元土柱に適用して簡易地盤ばねを求め、陽な形で得られたインピーダンスをもとに、擬似 3 次元場のインピーダンスの特徴を数式的に説明する。

以上の検討をもとに、擬似 3 次元解析特有の動的挙動を考察し、適用上の留意点を明確にする。

2. 解析方法

解析対象は図—1 に示すように、半無限地盤または剛基盤上の弾性層に埋込まれた剛基礎に SV 波が入射する問題であり、隣接して存在する基礎も考慮する。地盤および基礎埋込み部には擬似 3 次元効果を表すために面外方向にダッシュボットを取り付け、支配方程式に速度比例型減衰を導入する。

解析方法は前報¹⁾と同様であり、境界要素法を用いて基礎のインピーダンスおよびドライビングフォースを求め、動的サブストラクチャー法概念に基づいて基礎の応答を求める。ここでは埋込みを有する場合に生じる境界要素法定式化上の注意点を明確にするために、解析方法の概略を示す。なお、特に説明のない諸量については前報¹⁾で定義されているので参照されたい。

まず、境界上 i 点における定常動弾性問題の散乱波場

の積分方程式は、

$$[C_i]u_i^s + \int_{\Gamma} [p_{ik}^*]u^s d\Gamma = \int_{\Gamma} [u_{ik}^*]p^s d\Gamma \quad \dots\dots\dots (1)$$

と示される。ここに、 $|u^s|$ 、 $|p^s|$ は境界上の変位および表面力ベクトルであり、上添字 S は散乱波場の諸量を示す。また、 $[C_i]$ は i 点近傍の境界形状によって定まる係数マトリックスである。 $|u_{ik}^*|$ 、 $|p_{ik}^*|$ は変位および表面力の基本解であり、下添字 (k) は基本解を算定した場の次元を示す。本論では基本解として Appendix に示す地盤の境界条件を満足したグリーン関数を用いるので、境界積分 Γ は基礎—地盤接触部のみ実行すればよい。

実際の応答値 $|u|$ 、 $|p|$ は以下のように散乱波場と入反射波場の和で表される。

$$\left. \begin{aligned} |u| &= |u^s| + |u^r| \\ |p| &= |p^s| + |p^r| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $|u^r|$ 、 $|p^r|$ は入反射波場の諸量を示し前報¹⁾ (11) ~ (15) 式を用いて求められる。

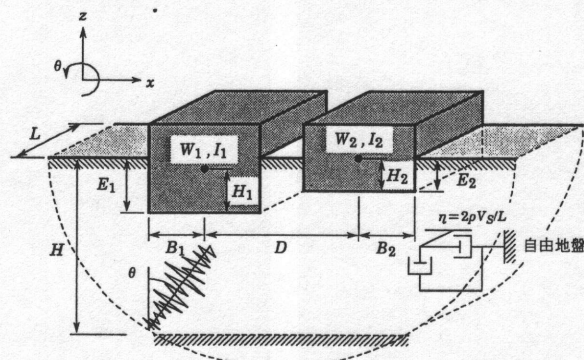
(1) 式に (2) 式を代入して一定要素により離散化し、これを全要素について連立させると、

$$[H_{ij}(k)]u = [G_{ik}(k)]p + [H_{ij}(k)]u^r - [G_{ik}(k)]p^r \quad \dots\dots\dots (3)$$

が得られる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} [H_{ij}(k)] &= \delta_{ij}[C_i] + \int_{\Gamma_j} [p_{ik}^*] d\Gamma \\ [G_{ik}(k)] &= \int_{\Gamma_j} [u_{ik}^*] d\Gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

である。なお、境界の形状によって定まるマトリックス



図—1 解析モデル

本論文の一部は参考文献 (8) ~ (10) に発表したものである。

* 清水建設 (株) 大崎研究室主任研究員・工博

** 清水建設 (株) 大崎研究室・工修
(昭和 62 年 2 月 6 日原稿受理)

$[C]$ については、剛体許容条件²⁾を用いて静的な $[H]$ マトリックスから求めている。本論では、剛基礎を対象とするので変位ベクトル $\{u\}$ を

$$\{u\} = [T]\{U\} \dots \dots \dots (5)$$

のように変換マトリックス $[T]$ を介して剛基礎底面中心の変位 $\{U\}$ で代表させる。さらに、各境界要素の面積を対角項に含むマトリックス $[A]$ を導入し、(3)式の両辺に $[T]^T[A][G_{(k)}]^{-1}$ を乗じることによって、

$$[K]\{U\} = \{F\} + \{D\} \dots \dots \dots (6)$$

が得られる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} [K] &= [T]^T[A][G_{(k)}]^{-1}[H_{(k)}][T] \\ \{F\} &= [T]^T[A]\{p\} \\ \{D\} &= [T]^T[A][G_{(k)}]^{-1}[H_{(k)}]\{u^f\} - \{p^f\} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

であり、 $[K]$ は剛基礎のインピーダンスマトリックス、 $\{F\}$ は外力ベクトル、 $\{D\}$ はドライビングフォースベクトルである。また、外力ベクトル $\{F\}$ を0として(6)式を解いた結果が基礎入力地動(無質量剛基礎の応答)である。

ここで、注意を要するのは以下の点である。入反射波場は支配場が2次元または3次元となるので、(1)式に対応する積分方程式の離散化表現式は、

$$[H_{(2,3)}]\{u^f\} = [G_{(2,3)}]\{p^f\} + \{u^f\} \dots \dots \dots (8)$$

となる。この関係を用いると、(7)式で定義されたドライビングフォースは、

$$\begin{aligned} \{D\} &= [T]^T[A][G_{(k)}]^{-1}[H_{(k)}]\{u^f\} \\ &\quad - [G_{(2,3)}]^{-1}[H_{(2,3)}]\{u^f\} + [G_{(2,3)}]^{-1}\{u^f\} \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

と表される。2次元場や3次元場の解析の場合には入反射波場と散乱波場の支配場が同一であるので、(9)式中の右辺第1項と第2項が相殺して、

$$\{D\} = [T]^T[A][G]^{-1}\{u^f\} \dots \dots \dots (10)$$

となり、通常の境界要素解析で用いられているドライビングフォースの定義となる。しかし、擬似3次元場を対象とする場合には、入反射波場と散乱波場の支配場が異なるので、(7)式による定義が必要となる。ただし、地表面基礎の場合には $[H]$ マトリックスが単位対角行列となり(9)式中の右辺第2項と第3項が相殺するので、前報¹⁾のごとく(10)式による定義も可能である。

また、擬似3次元場の地盤インピーダンスとドライビングフォースに関しては、図-2に示すように基礎埋込み部に付加したダッシュポットの寄与も考慮する。すなわち、(7)式中のインピーダンス $[K]$ には、

$$\int_{-E}^0 \int_{-B}^B \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -x & -z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i\omega\rho V_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x \\ 0 & 1 & -z \end{bmatrix} dx dz \dots \dots \dots (11)$$

を、ドライビングフォース $\{D\}$ には、

$$\int_{-E}^0 \int_{-B}^B \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -x & -z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i\omega\rho V_s \end{bmatrix} \{u^f\} dx dz \dots \dots \dots (12)$$

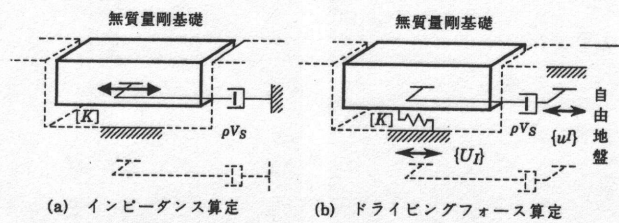


図-2 基礎埋込み部に付加したダッシュポットの寄与

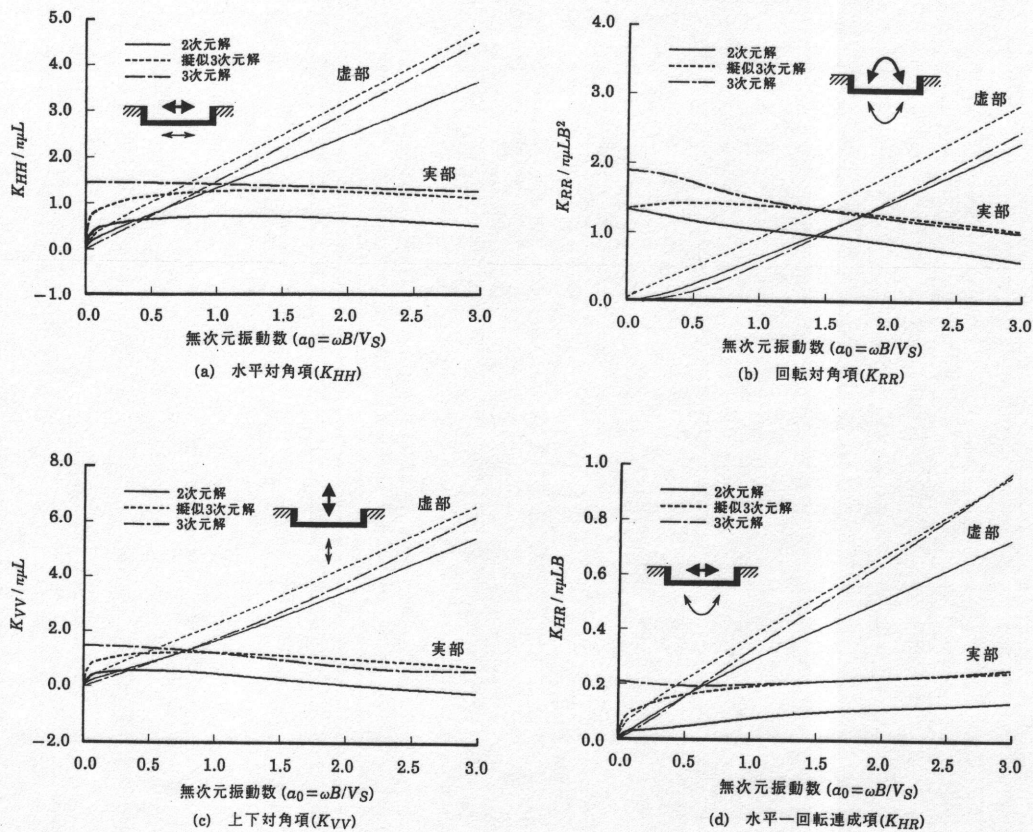
を付加する。なお、比較に用いる3次元解は半無限地盤の場合には吉田ら³⁾による境界要素法(直接法)から得られた正方形基礎の結果を、剛基礎が存在する場合には軸対称有限要素法⁴⁾により求めた面積等価の円形基礎の結果を用いる。

3. 埋込み効果の検討

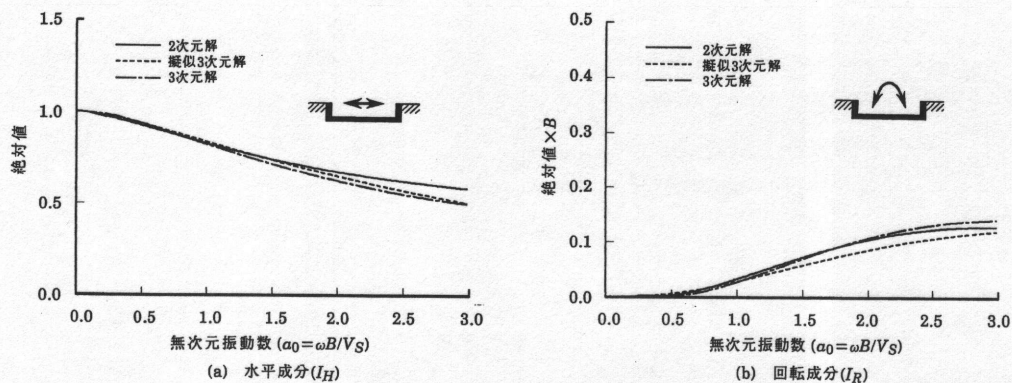
埋込み剛基礎の擬似3次元効果の検討を行う。対象とするのは半無限地盤に埋込まれた単独剛基礎である。正方形基礎を想定して半幅 $B=40$ m、埋込み $E=20$ m、奥行長さ $L=80$ mとし、境界要素長は4 mとする。地盤はポアソン比 $\nu=0.4$ 、せん断波速度 $V_s=500$ m/s、基礎は標準的なBWR型原子炉建屋を想定し、重量 $W=334$ 200 t、重心高さ $H_c=20$ m、回転慣性 $I=2.683 \times 10^8$ tm^2 とする。表示するのはインピーダンス、およびSV波が鉛直下方から入射する時の基礎入力地動、剛基礎重心の応答であり、地表面応答に対する伝達関数として示す。いずれも無次元化表示し、横軸は無次元振動数 $\omega_0=\omega B/V_s$ とする。

図-3に剛基礎のインピーダンスを示す。地表面基礎の結果(前報¹⁾図-7)と比較して、実部と虚部の値が大きく増加している。これは、埋込みに伴う基礎-地盤接地面積の増加が逸散減衰と拘束効果を増大させたことによる。インピーダンス増加の割合は回転、水平、上下の順に小さくなっている。これは、図-4(a)に示すように基礎側面地盤の寄与の差に起因しており、側面地盤の変形モードとしてせん断モードと圧縮伸張モードのいずれが卓越するかによる。例えば、側面地盤を水平方向にのびる土柱と仮定すると、土柱の剛性は圧縮伸張モードの方がせん断モードよりも大きくなる。したがって、圧縮伸張モードを含む回転および水平成分において埋込みによるインピーダンスの増加の割合が大きくなると考えられる。

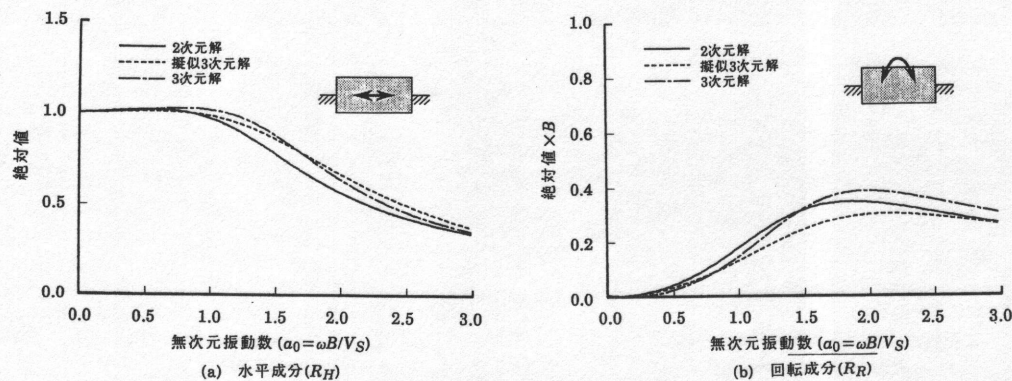
擬似3次元効果に関しては、地表面基礎の場合と同様に、擬似3次元解は2次元解に比較して実部が増大し、3次元解をかなりよく模擬している。ただし、埋込みが存在する場合には実部のみならず虚部の値も増大する傾向がある。これは(11)式に示した基礎埋込み部のダッシュポットによる寄与であり、これによって、擬似3次元解の虚部の傾きは3次元解とよい対応を示すようになる。しかし、全体として、擬似3次元解は低振動数域で実部を小さめに虚部を大きめに評価し、とくに回転成分



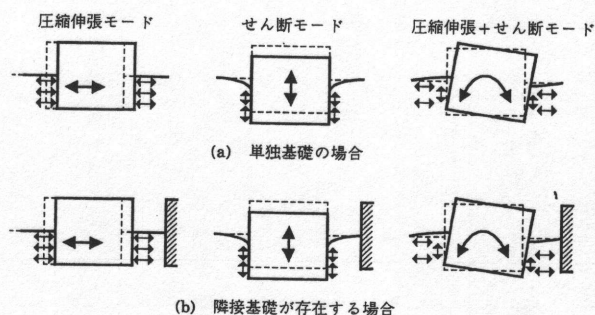
図—3 半無限地盤に埋込まれた単独剛基礎のインピーダンス ($E/B=0.5$, $\nu=0.4$)



図—5 半無限地盤に埋込まれた単独剛基礎の基礎入力地動 ($E/B=0.5$, $\nu=0.4$)



図—6 半無限地盤に埋込まれた単独剛基礎の応答 ($E/B=0.5$, $\nu=0.4$)



図—4 基礎加振時の側面地盤の寄与

の減衰を過大に評価する結果となっている。

図—5 に基礎入力地動を示す。埋込みを有するときには鉛直下方入射の場合でも幾何学的相互作用効果（埋込み剛基礎の拘束効果）が認められ、水平成分は振動数の増加とともに減少し、回転成分は逆に増加する。これは深さ方向に入射波の位相が異なることによって生じる。

次元による比較を行うと、埋込みを有する場合には地表面基礎（前報¹⁾図—8）とは異なり、2次元解と擬似3次元解とに高振動数域で差異が生じることが分かる。また、擬似3次元解は水平成分では3次元解と非常によく対応しているものの回転成分をやや小さめに評価している。

図—6 に剛基礎の応答を示す。埋込みによる逸散減衰増加および幾何学的相互作用効果によって、地表面基礎の場合（前報¹⁾図—9）に比較して応答値が減少している。

擬似3次元効果に関しては、擬似3次元解は2次元解に比較してピークが高振動数側に移行し、水平応答値が大きくなっている。これは、とくに水平方向のインピーダンス実部増加による剛性の増大と減衰の減少による。これによって、擬似3次元解は3次元解とほぼ同様の応答を与えるようになる。しかし、回転応答値に関しては小さめに評価する傾向があり、回転インピーダンスの減衰の大きさに起因していると考えられる。

4. 基礎間連成効果の検討

隣接して2つの基礎が存在する場合の擬似3次元効果の検討を行う。対象とするのは半無限地盤に20 m 埋込まれた同一諸元の剛基礎であり、基礎の中心間距離は $D=100$ m とする。なお、各諸元は前節と同一とする。

図—7 にインピーダンスを示す。隣接基礎が存在する場合にはインピーダンスは2つの基礎の6自由度に関するフルマトリックスで得られるが、ここでは下式のように同一基礎間のインピーダンスマトリックスのうち対角項と水平-回転の連成項を、基礎間連成のインピーダンスマトリックスのうち水平および上下対角項を示す。

$$[K] = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{基礎1} & \text{基礎2} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{基礎1} \\ \text{基礎2} \end{matrix} & \begin{bmatrix} H & R & V & H & R & V \\ \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$\begin{matrix} [K]_{21} & [K]_{22} \end{matrix}$

図—3 に示した単独基礎の結果と比較すると、隣接基礎が存在する場合、インピーダンスの実部が増加し虚部が減少するとともに、振動数によって若干振動する傾向が見られる。これは隣接基礎による基礎側面部の拘束効果の増大、および隣接基礎における逸散波の反射による逸散減衰減少が原因している。この効果の大きさは、基礎側面地盤のモードにより差があり、方向成分で異なる。すなわち、図—4(b) に示したように、水平成分では圧縮伸長モードが、上下成分ではせん断モードが卓越すると考えられる。例えば基礎側面地盤を隣接基礎位置で固定された水平土柱と仮定すると、固定境界の影響は圧縮伸長モードの方が大きく現れる。したがって、圧縮伸長モードが卓越する水平成分に隣接基礎の影響がより強く現れていると考えられる。なお、回転成分は圧縮伸長モードを含むが基本的に自己釣合系となるので隣接基礎の影響は水平成分ほど大きく現れていない。

このような隣接基礎の存在により現れる現象は、2次元解で最も強く、3次元解、擬似3次元解の順に小さくなっている。これは、2次元場では波動が面内にのみ伝播するのに対し、3次元、擬似3次元場では面外方向にも波動が逸散するので、隣接基礎に反射して基礎に戻ってくる波動が減少し、結果として隣接基礎の影響が小さくなることによると考えられる。また、擬似3次元解と3次元解の差の原因は、後述のごとく擬似3次元解が波動を面外へ過度に逸散させることによる。

図—8 に基礎入力地動を示す。隣接基礎の存在により高振動数域での水平応答値が単独基礎に比較して大きくなっている。単独基礎の場合と同様に、2次元解は擬似3次元解、3次元解に比較して水平応答がかなり大きめに評価されている。擬似3次元解と3次元解との対応は微小量と判断できる上下応答値を除くと比較的よい。

図—9 に剛基礎重心位置の応答を示す。基礎間連成がある場合の水平応答結果は単独基礎の結果（図—6）と差異が認められる。この差異の程度は2次元、3次元、擬似3次元解の順に小さくなっており、擬似3次元解は単独基礎の結果とほとんど一致している。また、隣接基礎の存在によって励起される回転動および上下動の値は擬似3次元解が最も小さくなっており、応答に関しても隣接基礎の影響がかなり抑制される傾向が見られる。

このように、擬似3次元解は隣接基礎の存在により生じる影響を過小に評価する傾向がある。しかし、インピーダンスの対角成分、基礎入力動や重心応答の水平成分な

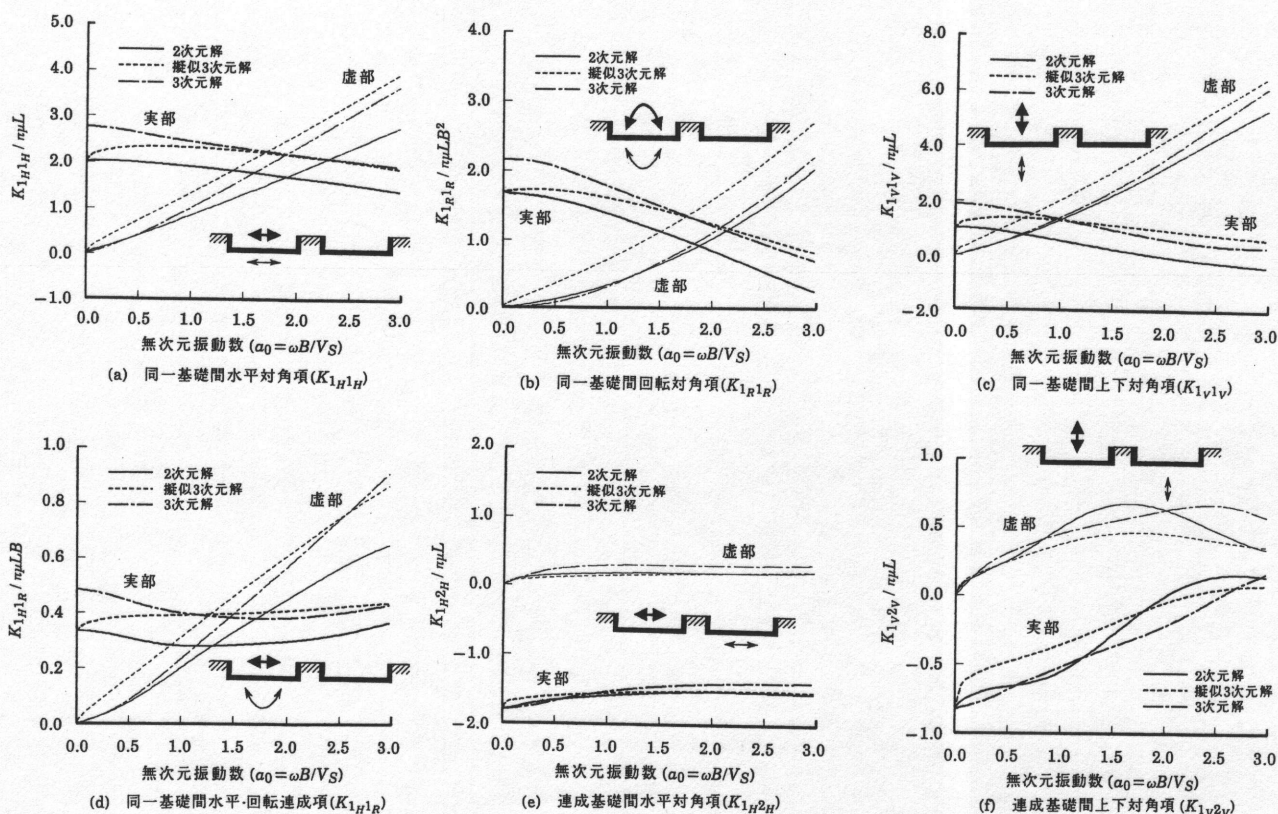


図-7 半無限地盤に埋込まれた連成剛基礎のインピーダンス ($E/B=0.5$, $D/B=2.5$, $\nu=0.4$)

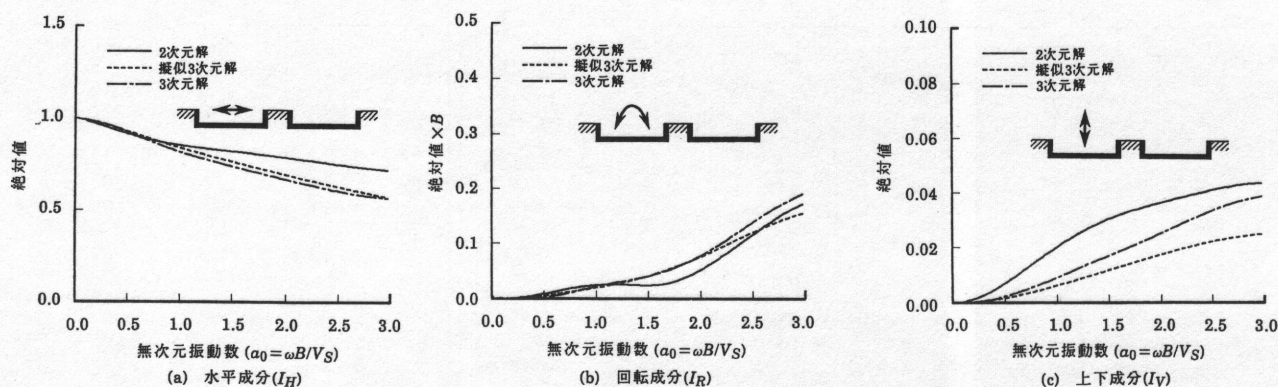


図-8 半無限地盤に埋込まれた連成剛基礎の基礎入力地動 ($E/B=0.5$, $D/B=2.5$, $\nu=0.4$)

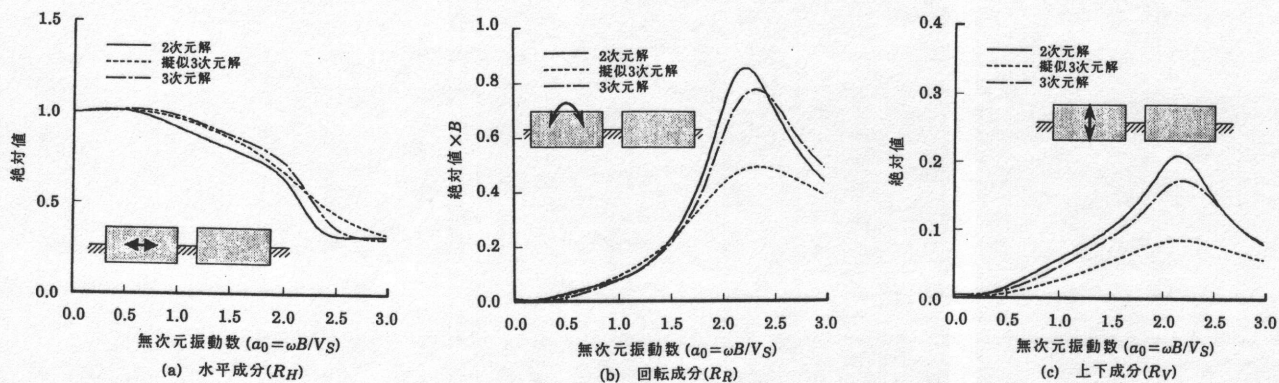
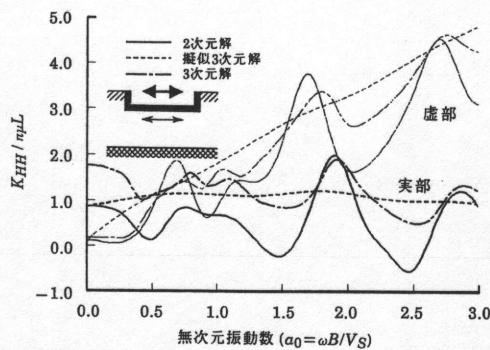


図-9 半無限地盤に埋込まれた連成剛基礎の応答 ($E/B=0.5$, $D/B=2.5$, $\nu=0.4$)



図—10 剛基盤上の弾性層に埋込まれた単独剛基礎の水平インピーダンス
($E/B=0.5$, $H/B=4.0$, $\nu=0.4$)

どに関しては、擬似3次元解は2次元解に比べて3次元解へと改善されており、ある程度の改善効果が得られていると考えられる。なお、隣接基礎の存在による影響の過小評価については、解析次元による面外方向への波動の逸散性状の差異に関連しているものと考えられ、6節において検討する。

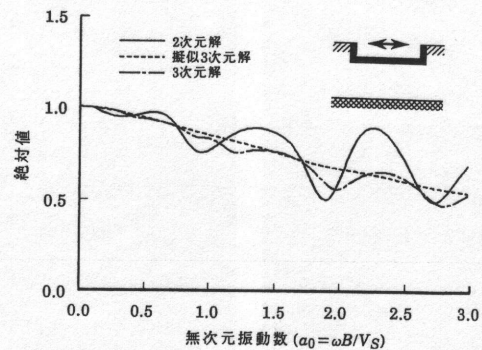
5. 基盤の影響に関する検討

擬似3次元効果が基盤の存在に及ぼす影響の検討を行う。剛基盤上の弾性地盤に20 m埋込まれた単独剛基礎を対象とし、基盤深さは $H=160$ mとする。ほかの諸元は前述のとおりである。剛基盤を有する場合には2次元解および3次元解が共振振動数で特異性を示すので、減衰定数 $h=0.05$ の内部減衰を考慮する。なお、比較に用いる3次元解は基礎版底面積を等価にした半径 R の円形基礎とし、軸対称有限要素法⁴⁾により求めている。ここでは、インピーダンスおよび基礎入力地動の水平成分を示す。

図—10に水平インピーダンスを示す。基盤の存在により、2次元解および3次元解は半無限解(図—3)を中心に大きく振動しており、虚部の値はカットオフ振動数である $a_0=\pi/8$ 以下では内部減衰による寄与のみとなっている。これに対して擬似3次元解は半無限解にほとんど一致している。3次元解は2次元解に比較して振動の振幅が小さいものの基盤の影響を明らかに受けており、擬似3次元解は基盤の存在による共振現象を過度に抑制している。

図—11に基礎入力地動の水平成分を示すが、インピーダンスと同様に擬似3次元解は半無限解(図—5)によく一致しており、基盤の影響をほとんど受けていない。

このように、基盤が存在する場合、擬似3次元解は3次元解の振動特性の平均値を模擬することはできるが、基盤を有する地盤の共振現象が過度に抑制される傾向がある。とくに、カットオフ振動数以下の低振動数域で減衰を過大に評価する傾向があり、成層地盤を対象とする場合には注意を要する点である。この擬似3次元解の特性は基礎間連成の場合と同様に逸散波が面外方向に過度



図—11 剛基盤上の弾性層に埋込まれた単独剛基礎の水平基礎入力地動
($E/B=0.5$, $H/B=4.0$, $\nu=0.4$)

に逸散しているためと考えられる。

6. 波動伝播エネルギーによる考察

以上の結果から、速度比例型減衰は2次元のインピーダンス実部を増加させ、3次元解に近づける効果がある。しかし、虚部が増加し逸散減衰を大きく評価するために、基礎間の連成効果や基盤の存在による共振現象を抑制する傾向があることが明らかとなった。これは、解析次元による波動の逸散性状の差異が原因していると考えられる。そこで、ここでは地表面に線加振を作用させた時の波動伝播エネルギーを求めることにより、解析次元の差による波動逸散特性を検討する。

面 S を1周期当たりに通過する平均エネルギー伝播率は、総和規約を用いて次式で与えられる⁵⁾⁶⁾。

$$E = \frac{i\omega}{4} \int_S n_i (\sigma_{ij} \bar{u}_j - \bar{\sigma}_{ij} u_j) dS \quad \cdots \cdots (13)$$

ここに、 n_i は外向き法線方向余弦、 u_i , σ_{ij} は変位および応力、 $\bar{}$ は共役複素数を示す。

図—12のように、地表面に奥行長さ L 、加振合力1の線加振が作用する時の同心半円筒面(半径 R 、奥行 L)における平均エネルギー伝播率は、

$$E = \frac{i\omega}{4} \int_0^\pi \int_{-L/2}^{L/2} n_i (\sigma_{ij} \bar{u}_j - \bar{\sigma}_{ij} u_j) dy R d\theta \quad \cdots \cdots (14)$$

と表される。ここに、 u_i , σ_{ij} は半無限地盤のグリーン関数である。2次元および擬似3次元場ではAppendixにより、3次元場では松岡・八幡の解⁷⁾を有限線積分することにより求める。以下においては、無次元振動数 $a_L (=L\omega/V_s)$, $a_R (=R\omega/V_s)$, 波数 $k (= \omega/V_s)$ を用いて無次元化表示する。

(14)式において $R \rightarrow 0$ とすることにより加振源における逸散エネルギー量が求められる。図—13に水平加振の場合の逸散エネルギー量を示す。図より擬似3次元効果は逸散エネルギーを低減し3次元解に近づける効果があるが、 a_L が2を下回る範囲では逸散エネルギーが3次元解に比較して大きくなっている。この逸散エネルギーの過大評価は地盤ばねの過大な減衰の一因と考えられる。

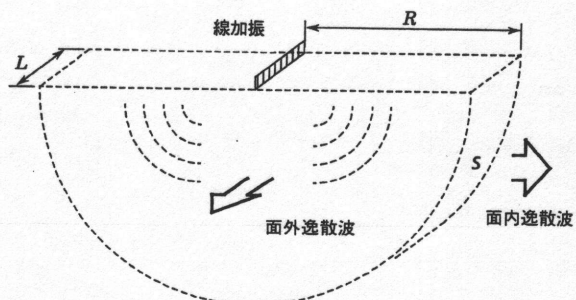


図-12 波動伝播エネルギーの解析モデル

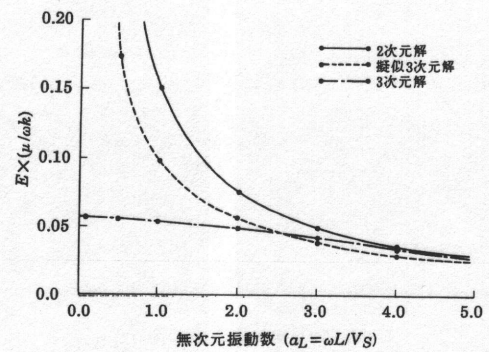


図-13 加振源における逸散エネルギー
(水平加振, $\nu=0.4$)

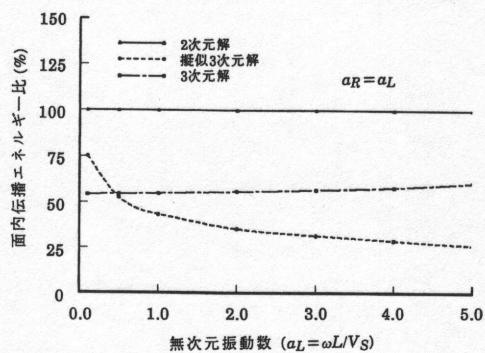


図-14 面内伝播エネルギー比の振動数特性
(水平加振, $\nu=0.4$)

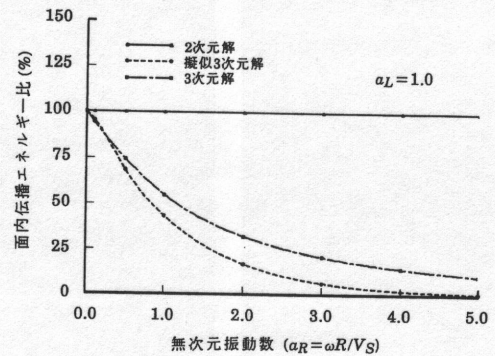
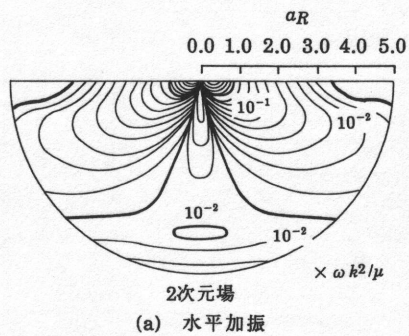
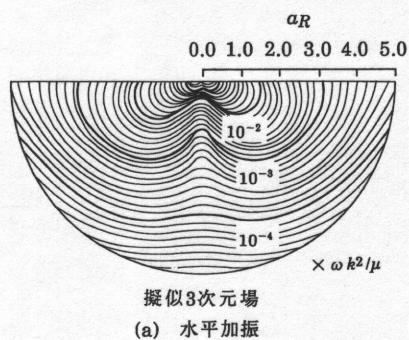


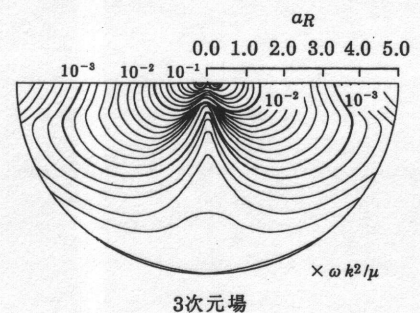
図-15 面内伝播エネルギー比の距離特性
(水平加振, $\nu=0.4$)



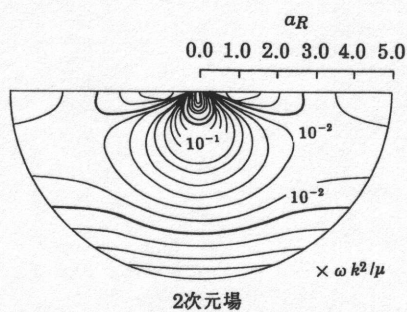
2次元場
(a) 水平加振



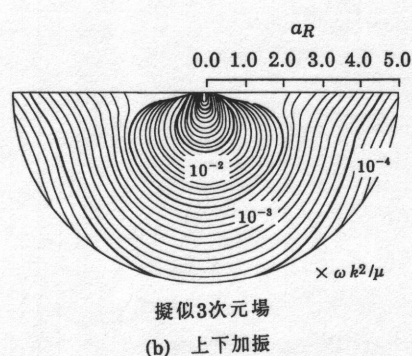
擬似3次元場
(a) 水平加振



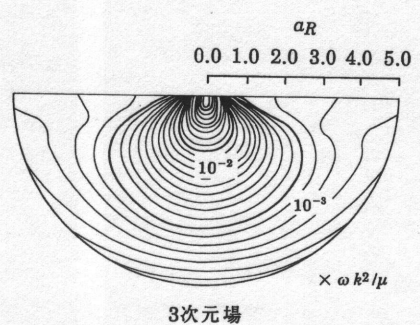
3次元場



2次元場



擬似3次元場
(b) 上下加振



3次元場

図-16 地盤内の面内伝播エネルギーの分布 ($a_L=1.0$, $\nu=0.4$)

面内に逸散するエネルギーと面外に逸散するエネルギーの割合を把握するために、図—14～15に面内伝播エネルギー比率（円筒面 S を透過するエネルギーと加振源の逸散エネルギーの比）の振動数、距離特性を示す。2次元解の場合には面外への波動の逸散がないので100%円筒面に達するが、擬似3次元解、3次元解では振動数や距離により到達比率が変動する。擬似3次元解は円筒面に到達する割合が3次元解を下回っており、この差は距離、振動数の増加とともに増大している。すなわち、面外に逸散する波の成分が多く評価されている。

地盤内のエネルギーの伝播の仕方を把握するために、図—16に加振源から面内方向に逸散するエネルギーの分布を示す。これは、同心円筒面に達するエネルギーの単位面積当たりの値を示したもので、 $a_L=1.0$ のときの(14)式の被積分関数に相当する。面外への波動逸散の有無により、2次元解に比較して、擬似3次元解、3次元解では距離によるエネルギー低減が大きく、分布形状も異なっている。擬似3次元解は加振源近傍で3次元解とよい対応を示しているが、前述のごとく距離による低減が強く、遠方の分布に差異が見られる。

このように、擬似3次元解析は2次元場の逸散性を3次元場へと近づけるが、低振動数域で逸散エネルギーを過大に評価すること、高振動数かつ遠距離域で面外方向に過度に波動を逸散させることが明らかとなった。したがって、擬似3次元解析においては、加振源から離れた位置の影響が抑制されることになり、結果として隣接構造物の影響や基盤の影響が過小に評価される。

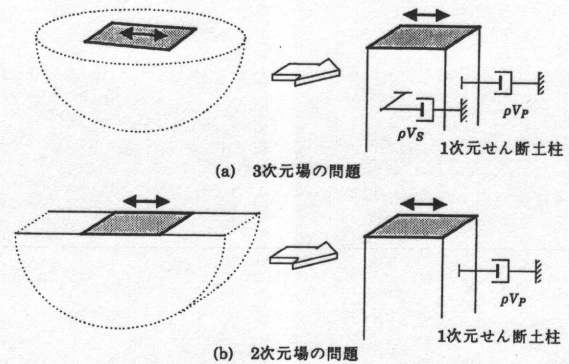
7. 擬似3次元土柱による簡易ばねを用いた考察

以上の考察から、速度比例型減衰が構造物の動的挙動に与える影響について定性的に把握、説明した。しかし、インピーダンスの実部のみが増大し虚部があまり変化しないこと、および低振動数域の減衰が大きくなることの理由が十分に説明されていない。そこで、図—17のように、1次元土柱の周囲にダッシュポットを付加することにより、擬似3次元効果を1次元土柱に適用し、これから簡易的な地表面インピーダンスを陽な形式で求める。振動方向には P 波の、面外方向には S 波のダッシュポットを想定し、面外方向のダッシュポットの有無による差を検討することにより擬似3次元効果を考察する。

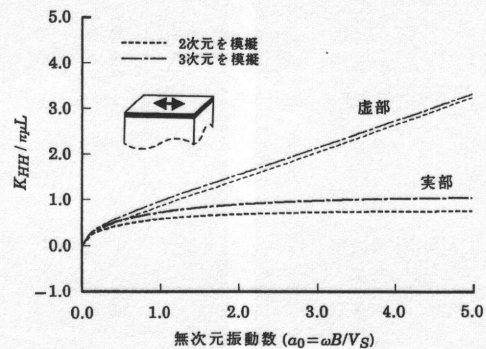
一例として水平インピーダンスについて示す。基礎版と同一の断面積 A を有するせん断土柱のつり合い方程式は、

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \eta \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \cdots (15)$$

と表される。ここに、 η は土柱に付加されたダッシュポットによる粘性減衰係数であり、正方形基礎の場合には対象とする次元に応じて以下のように決定される。



図—17 簡易地盤ばね算定用解析モデル



図—18 簡易地盤ばねによる水平インピーダンス ($\nu=0.4$)

$$\eta = \begin{cases} 0 & (1 \text{次元}) \\ \rho V_p / B & (2 \text{次元を模擬}) \\ \rho(V_s + V_p) / B & (3 \text{次元を模擬}) \end{cases} \quad \cdots (16)$$

このように、 η の値は面外方向のダッシュポットの存在により増大する。(15)式を地表面での単位変位の条件および無限遠での放射条件を用いて解き、基礎版下端の反力を求めることにより、水平インピーダンスは、

$$K_H = \mu A \left[-(\omega/V_s)^2 + i\omega\eta/\mu \right]^{1/2} \quad \cdots (17)$$

となる。図—18に得られた簡易ばねを示す。基礎および地盤の諸元は前述の値を用いる。簡易ばねは面外方向のダッシュポットにより実部が増加しているが、虚部はあまり変化しておらず、擬似3次元効果の特徴とよく対応している。これは、地盤ばねの表現式から説明される。

(17)式を実部と虚部に分離して示すと、

$$K_H = \frac{\mu A}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{(\omega/V_s)^4 + (\omega\eta/\mu)^2} - (\omega/V_s)^2 + i\sqrt{(\omega/V_s)^4 + (\omega\eta/\mu)^2 + (\omega/V_s)^2} \right] \quad \cdots (18)$$

となる。(18)式から、高振動数域では、実部は粘性減衰項 $(\omega\eta/\mu)$ の寄与が大きく、虚部は (ω/V_s) の項が支配的であることが分かる。したがって、擬似3次元効果を考慮すると減衰係数 η が大きくなり、実部の値が増加することが説明できる。また、低振動数域における虚部の増大は、(18)式の虚部において、 ω が小さいときに粘性減衰項の寄与が相対的に大きくなるためである。

このように、擬似3次元場において、インピーダンスの実部が増大すること、低振動数域の減衰が相対的に大きくなるのが解析的に説明できる。

8. 結 論

前報¹⁾および本報において、インピーダンス、基礎入力地動、基礎の応答を通して、2次元、3次元、擬似3次元の3者を比較することにより、擬似3次元効果についての検討を行った。その結果、以下の結論が得られた。

(1) 地盤の支配方程式に速度比例型減衰の項を導入することにより擬似3次元場のグリーン関数を新たに誘導し、境界要素法を用いて擬似3次元効果を解析的に検討した。また、擬似3次元場特有の境界要素解析における定式化上の注意点を明確にした。

(2) 速度比例型減衰の導入によって、半無限地盤に埋込まれた単独基礎の振動性状が2次元解から3次元解へと大きく改善される。しかし、低振動数域でインピーダンスの実部を小さめに虚部を大きめに評価（特に回転方向の減衰が大きくなる）するために、構造物の応答が小さくなる傾向がある。

(3) 隣接基礎が存在する場合や基盤が存在する場合には、擬似3次元解は3次元解の振動性状を平均的に模擬することはできるが、これらに起因する現象が抑制される傾向がある。特に、基盤の影響を減じることは成層地盤を対象とする場合留意すべき点である。

(4) 線加振作用時の波動伝播エネルギーを求めることにより、擬似3次元場では波動を面外方向に過度に逸散することが明らかとなった。特に距離による面内伝播エネルギーの低減が著しく、隣接基礎や基盤の影響を減じる原因となる。

(5) 簡易地盤ばねの考察を行い、速度比例型減衰の存在によるインピーダンス実部の増加、低振動数域の減衰の過大評価を解析的に説明した。

(6) 擬似3次元解は半無限地盤かつ単独基礎の場合にはやや減衰が大きくなるものの3次元解の簡略解として非常に有用である。しかし、隣接基礎や成層地盤を対象とする場合には擬似3次元解の与える特性を十分に理解して結果を吟味する必要がある。

謝 辞

本研究を行うに当たり、清水建設（株）大崎研究室の吉田一博氏は3次元境界要素法による解析結果を快く提供して下さいました。ここに、深く感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 中井正一、福和伸夫：境界要素法による動的擬似3次元効果に関する研究 2次元地盤表面上剛基礎の動特性、日本建築学会論文報告集、第344号、pp.81~92、昭和59年10月
- 2) Brebbia, C. A. : The Boundary Element Method for Engineers, Pentech Press, 1978
- 3) 吉田一博、川瀬 博：埋設された剛構造物相互の連成振動、第7回日本地震工学シンポジウム、pp.1045~1050、昭和61年12月
- 4) 福和伸夫、長谷川正幸、高田毅士、佐藤俊明、奈良岡浩二、小柳義雄：FEMによる構造物—地盤連成系解析システム、電子計算機利用シンポジウム、pp.85~90、昭和59年3月
- 5) Pao, Y.H. and Mow, C.C. : Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations, Crane Russak, 1973
- 6) Miller, G.F. and Pursey, H. : On the Partition of Energy between Elastic Waves in a Semi-infinite Solid, Proc. Roy. Soc., A, 233, pp.55~69, 1955
- 7) 松岡 理、八幡夏恵子：3次元均質等方弾性体動問題の基本解とその応用（その1）~（その3）、日本建築学会論文報告集、第288号、昭和55年2月、第293号、昭和55年7月、第298号、昭和55年12月
- 8) 中井正一、福和伸夫、長谷川正幸：擬似3次元効果を有する2次元半無限地盤に埋め込まれた剛基礎の動的性状、第33回応用力学連合講演会、pp.171~172、昭和58年12月
- 9) Nakai, S. Fukuwa, N. and Hasegawa, M. : Approximate Three-dimensional Analyses of Embedded Structures, 8th WCEE, Vol. III, pp.689~696, 1984
- 10) 中井正一、福和伸夫：動的相互作用問題における擬似3次元効果について、日本建築学会大会学術講演梗概集、pp.569~572、昭和61年8月

Appendix 擬似3次元場のグリーン関数

A.1 半無限地盤の場合

擬似3次元半無限地盤の地中線加振解を示す。 $x-z$ 平面を対象とし、地表面を $z=0$ 、加振位置を $(x, z)=(0, f)$ 、 (x, z) 方向加振力を (X, Z) とする。解析方法は松岡・八幡⁷⁾と同様に、鏡像解（全無限界の重ね合わせ）と斉次解とを組み合わせることにより境界条件を満足させる。 x 方向加振解は、

$$u_x = \frac{X}{\mu k^2} \left[-\int_0^\infty \frac{\xi^2 \cos \xi x}{\pi \alpha F_H(\xi)} ((2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha z} - 2\alpha\beta e^{-\beta z}) \sigma' d\xi + \frac{i}{4} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(h r_j) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(k r_j) \right) \right] \dots\dots\dots (A.1)$$

$$u_z = \frac{X}{\mu k^2} \left[\int_0^\infty \frac{\xi \sin \xi x}{\pi F_H(\xi)} ((2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha z} - 2\xi^2 e^{-\beta z}) \sigma' d\xi + \frac{i}{4} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (H_0^{(2)}(h r_j) - H_0^{(2)}(k r_j)) \right] \dots\dots\dots (A.2)$$

$$\sigma_x = \frac{X}{k^2} \left[\int_0^\infty \frac{\xi \sin \xi x}{\pi \alpha F_H(\xi)} ((2\xi^2 - 2h^2 + k^2)(2\xi^2 - k^2)e^{-\alpha z} - 4\alpha\beta\xi^2 e^{-\beta z}) \sigma' d\xi + \frac{i}{2} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_2 H_0^{(2)}(h r_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(h r_j) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(k r_j) \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (A.3)$$

$$\sigma_z = \frac{X}{k^2} \left[\int_0^\infty \frac{\xi \sin \xi x}{\pi \alpha F_H(\xi)} (-(2\xi^2 - k^2)^2 e^{-\alpha z} + 4\alpha\beta\xi^2 e^{-\beta z}) \sigma' d\xi + \frac{i}{2} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_2 H_0^{(2)}(h r_j) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} (H_0^{(2)}(h r_j) - H_0^{(2)}(k r_j)) \right\} \right] \dots\dots\dots (A.4)$$

$$\tau_{xz} = \frac{X}{k^2} \left[\int_0^\infty \frac{2\xi^2 \cos \xi x}{\pi F_H(\xi)} (2\xi^2 - k^2)(e^{-\alpha z} - e^{-\beta z}) \sigma' d\xi \right]$$

$$+ \frac{i}{4} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) H_0^{(2)}(kr_j) \right] \quad (\text{A. 5})$$

と示させる。また、 z 方向加振解は、

$$u_x = \frac{Z}{\mu k^2} \left[\int_0^\infty \frac{\xi \sin \xi x}{\pi F_R(\xi)} (-2 \xi^2 e^{-\alpha z} + (2 \xi^2 - k^2) e^{-\beta z}) \tau' d\xi \right. \\ \left. + \frac{i}{4} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} (H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j)) \right] \quad (\text{A. 6})$$

$$u_z = \frac{Z}{\mu k^2} \left[\int_0^\infty \frac{\xi^2 \cos \xi x}{\pi \beta F_R(\xi)} (-2 \alpha \beta e^{-\alpha z} + (2 \xi^2 - k^2) e^{-\beta z}) \tau' d\xi \right. \\ \left. + \frac{i}{4} \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right] \quad (\text{A. 7})$$

$$\sigma_x = \frac{Z}{k^2} \left[\int_0^\infty \frac{2 \xi^2 \cos \xi x}{\pi F_R(\xi)} (-2 \xi^2 - 2 h^2 + k^2) e^{-\alpha z} \right. \\ \left. + (2 \xi^2 - k^2) e^{-\beta z} \right] \tau' d\xi + \frac{i}{2} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_2 H_0^{(2)}(hr_j) \right. \\ \left. + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (H_0^{(2)}(hr_j) - H_0^{(2)}(kr_j)) \right] \quad (\text{A. 8})$$

$$\sigma_z = \frac{Z}{k^2} \left[\int_0^\infty \frac{2 \xi^2 \cos \xi x}{\pi F_R(\xi)} (2 \xi^2 - k^2) (e^{-\alpha z} - e^{-\beta z}) \tau' d\xi \right. \\ \left. + \frac{i}{2} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\nu}{1-2\nu} \Delta_2 H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial^2}{\partial x^2} H_0^{(2)}(kr_j) \right) \right] \quad (\text{A. 9})$$

$$\tau_{xz} = \frac{Z}{k^2} \left[\int_0^\infty \frac{\xi \sin \xi x}{\pi \beta F_R(\xi)} (4 \alpha \beta \xi^2 e^{-\alpha z} - (2 \xi^2 - k^2)^2 e^{-\beta z}) \tau' d\xi \right. \\ \left. + \frac{i}{4} \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_0^{(2)}(hr_j) + \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) H_0^{(2)}(kr_j) \right] \right] \quad (\text{A. 10})$$

と示される。ここに、

$$\Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\text{A. 11})$$

$$\sigma' = (2 \xi^2 - k^2) e^{-\alpha z} - 2 \alpha \beta e^{-\beta z} \quad \left. \begin{array}{l} \tau' = 2 \alpha \beta e^{-\alpha z} - (2 \xi^2 - k^2) e^{-\beta z} \end{array} \right\} \quad (\text{A. 12})$$

$$r_1 = \sqrt{x^2 + (z-f)^2} \quad r_2 = \sqrt{x^2 + (z+f)^2} \quad (\text{A. 13})$$

$$\alpha = \sqrt{\xi^2 - h^2} \quad \beta = \sqrt{\xi^2 - k^2} \quad (\text{A. 14})$$

$$F_R(\xi) = (2 \xi^2 - k^2)^2 - 4 \alpha \beta \xi^2 \quad (\text{A. 15})$$

なお、特に説明のない諸量は前報¹⁾で定義されているので参照されたい。

A. 2 剛基盤上の弾性地盤の場合

剛基礎上の弾性地盤の地中線加振解を示す。基盤位置を $z=H$ とすると、半無限地盤の場合と同様にして、

$$u_x = -\frac{1}{2 \pi \mu} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} [X \cos \xi x \{ i \xi (A_H' + C_H') + \beta (B_H' - D_H') \} \\ + i Z \sin \xi x \{ i \xi (A_V' + C_V') + \beta (B_V' - D_V') \}] d\xi + u_{x(s)} \quad (\text{A. 16})$$

$$u_z = \frac{1}{2 \pi \mu} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} [i X \sin \xi x \{ \alpha (A_H' - C_H') - i \xi (B_H' + D_H') \} \\ + Z \cos \xi x \{ \alpha (A_V' - C_V') - i \xi (B_V' + D_V') \}] d\xi + u_{z(s)} \quad (\text{A. 17})$$

$$\sigma_x = \frac{1}{2 \pi} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} [i X \sin \xi x \{ (2 \alpha^2 + k^2) (A_H' + C_H') \\ - 2 i \beta \xi (B_H' - D_H') \} + Z \cos \xi x \{ (2 \alpha^2 + k^2) (A_V' + C_V') \\ - 2 i \beta \xi (B_V' - D_V') \}] d\xi + \sigma_{x(s)} \quad (\text{A. 18})$$

$$\sigma_z = -\frac{1}{2 \pi} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} [i X \sin \xi x \{ (2 \xi^2 - k^2) (A_H' + C_H') \\ - 2 i \beta \xi (B_H' - D_H') \} + Z \cos \xi x \{ (2 \xi^2 - k^2) (A_V' + C_V') \\ - 2 i \beta \xi (B_V' - D_V') \}] d\xi + \sigma_{z(s)} \quad (\text{A. 19})$$

$$\tau_{xz} = \frac{1}{2 \pi} \int_0^\infty \frac{1}{F_R(\xi)} [X \cos \xi x \{ 2 i \alpha \xi (A_H' - C_H') + (2 \xi^2 - k^2) \\ \cdot (B_H' + D_H') \} + i Z \sin \xi x \{ 2 i \alpha \xi (A_V' - C_V') \\ + (2 \xi^2 - k^2) (B_V' + D_V') \}] d\xi + \tau_{xz(s)} \quad (\text{A. 20})$$

と示される。ここに、下添字 (S) で示される項は半無限地盤の解のうち総和記号 (Σ) で表された項に相当し、鏡像解を示す。また、 A_H' , B_H' , C_H' , D_H' , A_V' , B_V' , C_V' , D_V' は下式から得られる。

$$\frac{1}{2 F_R(\xi)} \begin{bmatrix} 2 \xi^2 - k^2 & -2 i \beta \xi & 2 \xi^2 - k^2 & 2 i \beta \xi \\ -2 i \alpha \xi & -(2 \xi^2 - k^2) & 2 i \alpha \xi & -(2 \xi^2 - k^2) \\ i \xi e^{-\alpha H} & \beta e^{-\beta H} & i \xi e^{\alpha H} & \beta e^{-\beta H} \\ -\alpha e^{-\alpha H} & i \xi e^{-\beta H} & \alpha e^{\alpha H} & i \xi e^{-\beta H} \end{bmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} A_H' e^{-\alpha z} \\ B_H' e^{-\alpha z} \\ C_H' e^{\beta z} \\ D_H' e^{-\beta z} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} A_V' e^{\alpha z} \\ B_V' e^{-\alpha z} \\ C_V' e^{\beta z} \\ D_V' e^{-\beta z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{zxH} \\ 0 \\ u_{xH}' \\ u_{zH}' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xzxV} \\ u_{xV}' \\ u_{zV}' \end{pmatrix} \quad (\text{A. 21})$$

$$F_R(\xi) = 8 \alpha \beta \xi^2 (2 \xi^2 - k^2) + (\xi^2 - \alpha \beta) \{ (2 \xi^2 - k^2)^2 - 4 \alpha \beta \xi^2 \} \\ \cdot \cosh(\alpha + \beta) H - (\xi^2 + \alpha \beta) \{ (2 \xi^2 - k^2)^2 + 4 \alpha \beta \xi^2 \} \\ \cdot \cosh(\alpha - \beta) H \quad (\text{A. 22})$$

$$u_{xH}' = \frac{1}{2 k^2} \{ \beta (e^{-(H-\eta)\alpha} + e^{-(H-\eta)\beta}) - \frac{\xi^2}{\alpha} (e^{-(H+\eta)\alpha} + e^{-(H+\eta)\beta}) \} \\ u_{zH}' = -\frac{i \xi}{2 k^2} \{ e^{-(H-\eta)\alpha} - e^{-(H-\eta)\beta} + e^{-(H+\eta)\alpha} - e^{-(H+\eta)\beta} \} \\ \sigma_{xH}' = -\frac{i \xi}{k^2 \alpha} \{ (2 \xi^2 - k^2) e^{-\alpha z} - 2 \alpha \beta e^{-\beta \eta} \} \\ u_{xV}' = \frac{i \xi}{2 k^2} \{ e^{-(H-\eta)\alpha} - e^{-(H-\eta)\beta} + e^{-(H+\eta)\alpha} - e^{-(H+\eta)\beta} \} \\ u_{zV}' = -\frac{1}{2 k^2} \{ \alpha (e^{-(H-\eta)\alpha} + e^{-(H-\eta)\beta}) - \frac{\xi^2}{\beta} (e^{-(H+\eta)\alpha} + e^{-(H+\eta)\beta}) \} \\ \tau_{xzxV}' = -\frac{i \xi}{k^2 \beta} \{ 2 \alpha \beta e^{-\alpha z} - (2 \xi^2 - k^2) e^{-\beta \eta} \} \quad (\text{A. 23})$$

なお、本論では、紙面の制限から各解の被積分項を省略して示したが、実際の計算ではこれらを開いて計算するとともに、静的解を有する場合には被積分項から静的解の寄与分を減じて取れん加速を行っている。また、無減衰の場合にはレーレー関数により生じる特異性を留数の定理を用いることにより評価している。解の検証は前報¹⁾で示した地表面加振解との比較、静的解との比較、有限要素法による結果との比較を行うことにより行った。

SYNOPSIS

UDC : 624. 131. 55 : 624. 15 : 624. 042. 7 : 517. 544

APPROXIMATE THREE-DIMENSIONAL EFFECT ON SOIL-EMBEDDED STRUCTURES INTERACTION

—Boundary element analysis of approximate three-dimensional
soil-structure interaction (Part 2)—

by Dr. **SHOICHI NAKAI**, Senior Research engineer of Ohsaki Research Institute, Shimizu Construction Co., Ltd, and **NOBUO FUKUWA**, Research engineer of Ohsaki Research Institute, Shimizu Construction Co., Ltd, Members of A. I. J.

In this paper the effect of viscous dashpots introduced in two-dimensional representations on the response of structures due to seismic waves is examined by the boundary element method. To clarify the mechanism of approximate three-dimensional effect two embedded foundation system is analyzed.

First the boundary element formulation of the soil-structure interaction problem for the case of rigid foundations embedded in an elastic soil is developed in conjunction with a substructure approach. It is worthy of note that an appropriate approach has to be taken for the approximate three-dimensional analysis to obtain foundation input motions and driving forces. Using the method two-dimensional and approximate three-dimensional analyses of rigid foundations embedded in a soil are made and results are compared with three-dimensional ones obtained by the boundary element method (Yoshida et al., 1986). Rigid foundations embedded in a finite soil layer underlain by a rigid rock are also analyzed to investigate the effect of soil layering. Results show that adding dashpots gives a good estimation of three-dimensional effect as long as a single foundation is embedded in a half space and that it gives excessive radiation damping for multiple foundation system and foundations embedded in a layered soil.

In the latter part of this paper above mentioned approximate three-dimensional effect is investigated by considering a one-dimensional soil column supported by dashpots and also by analyzing the distribution of radiated energy. It is clarified from one-dimensional analysis that adding dashpots tends to increase real parts of impedance functions while imaginary parts remain almost unchanged. Comparing distribution patterns of radiated energy clearly shows that the radiated energy is too rapidly absorbed by additional dashpots and that the existence of an adjacent foundation or a soil layer may be underestimated.